

提言

初等中等教育における算数・数学教育の改善に  
ついての提言



平成28年（2016年）5月19日

日本学術会議

数理科学委員会

数学教育分科会

この提言は、日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会の審議結果を取りまとめ公表するものである。

### 日本学術会議数理科学委員会数学教育分科会

|      |               |   |
|------|---------------|---|
| 委員長  | 森田 康夫（連携会員）   | 東北大学名誉教授  |
| 副委員長 | 藤井 斉亮（連携会員）   | 東京学芸大学教育学部教授                                    |
| 幹事   | 真島 秀行（連携会員）   | お茶の水女子大学副学長・基幹研究院教授                             |
| 幹事   | 渡辺美智子（連携会員）   | 慶應義塾大学大学院健康マネジメント研究科教授                          |
|      | 新井 紀子（連携会員）   | 国立情報学研究所情報社会相関研究系教授・社会共有知研究センター長                |
|      | 桂 利行（連携会員）    | 法政大学理工学部教授                                      |
|      | 小林みどり（連携会員）   | 静岡県立大学経営情報学部非常勤講師                               |
|      | 重松 敬一（連携会員）   | 奈良教育大学名誉教授                                      |
|      | 高橋 哲也（連携会員）   | 大阪府立大学高等教育推進機構教授                                |
|      | 竹村 彰通（連携会員）   | 東京大学大学院情報理工学系研究科数理情報学専攻教授、滋賀大学データサイエンス教育研究推進室教授 |
|      | 長崎 栄三（連携会員）   | 国立教育政策研究所名誉所員                                   |
|      | 平田 典子（連携会員）   | 日本大学理工学部教授                                      |
|      | 中村 享史（特任連携会員） | 山梨大学教育人間科学部教授                                   |
|      | 西村 圭一（特任連携会員） | 東京学芸大学教育学部教授                                    |

本提言の作成にあたり、以下の職員が事務を担当した。

|    |       |                    |
|----|-------|--------------------|
| 事務 | 石井 康彦 | 参事官（審議第二担当）        |
|    | 松宮 志麻 | 参事官（審議第二担当）付補佐     |
|    | 西川 美雪 | 参事官（審議第二担当）付審議専門職付 |

# 要 旨

## 1 作成の背景

文部科学省では、現在、初等中等教育の次期教育課程を検討しており、平成28年度中には大枠が決まるものと考えられている。他方、初等中等教育における算数・数学科の教育課程には、幾つか改めるべき点が見つかる。そこで数理科学委員会数学教育分科会では、初等中等教育の算数・数学教育の在り方を見直し、次期の教育課程に関する提言を行うとともに、より長期の数学教育の在り方に関しても提言を行うことにした。

本提言では、第1章に本提言の目的を述べ、第2章に算数・数学教育の改善の視点について説明した後、第3章で算数・数学教育の改善のための具体案を小学校、中学校、高等学校の順に述べる。その後、第4章では特に問題の大きい統計教育について改善の方向性を提案し、第5章では算数・数学科における評価の在り方について述べる。

## 2 現状及び問題点

算数で学んだことは、お金の計算、ものの大きさの把握、建物や道路などの形状の理解などとして、日常生活で頻繁に使われている。また、科学や技術では定性的な表現では不十分で、定量的な表現を与えることが必要なことが多い。この定量的な表現を与える手段を提供しているのが数学であり、数学は科学と技術の基盤を与えている。

このように数理科学は社会生活や科学と技術に重要な役割を果たしており、算数・数学教育は、グローバル社会を生き抜く上で必要な力の核心となる力を培うために必要不可欠からざるものである。しかし、我が国では算数・数学を学ぶ意義、とりわけ、数学の社会的有用性についての意識が他の国より伝統的に低く、数学を学ぶことと将来の職業との関係がつかめないでいる生徒が多い。コンピュータの発達とインターネットの普及により、算数・数学における計算の相対的な重要性が低くなっていることを子どもなりに感じ取っているのに対して、学校数学が対応し切れていない。

また、統計学は不確実性に科学的に対処し合理的な意思決定を行うために必要不可欠な学問であり、社会生活の様々な所で必要となるだけでなく、学校教育の理科、社会科、国語、英語、保健体育などの多くの教科の学習においても必要な学問である。しかし、日本の学校教育では、統計学に関する内容が十分には教えられていない。

その他、大学進学を目指す生徒が多い高等学校では1年次の後半に「文理分け」が行われ、その結果、大学の文系学部への進学を目指す生徒の多くが、「自分たちは将来数学を使わないですむ」と誤解して、数学を十分に学習していない現実がある。

本提言では、このような社会や児童生徒の変化に目を向けつつ、「なぜ数学を教えるか」という視座から、これからの算数・数学教育が目指すべき方向を明らかにする。

## 3 提言の内容

提言の内容は多岐にわたるが、主なものとしては以下の諸点がある。

小学校、中学校、高等学校の教育課程すべてに関するものとしては、次の1)、2)がある。

1) 初等中等教育における統計教育の目的は、身近な問題解決と意思決定に統計学を活用する態度と能力を育成することにある。しかし、現在の初等中等教育の算数・数学教育においては、統計教育が質・量とも不足している。これを改善すべきである（具体的な提案は第4章参照、中学校に関する3(2)④及び高等学校に関する3(3)②イも参照）。

2) 数や式の計算が、電卓や数式処理プログラムなどにより代替可能な時代背景を踏まえ、ICT (Information and Communication Technology) を算数・数学の探究ツールとして利用することを念頭において、初等中等教育の教育課程を再編すべきである（第3章の小学校に関する部分3(1)⑤、中学校に関する部分3(2)②、及び高等学校に関する部分3(3)②参照）。

中学校の教育課程に関するものとしては、以下の3)、4)がある（第3章の中学校に関する部分3(2)⑤参照）。

3) グローバル社会を生き抜くためには、数学的活動の質量両面の充実が欠かせない。そのためには、中学校・高等学校の数学において「課題学習」を現在より拡充すべきである。また中学校の「総合的な学習の時間」の中に「科学技術教育」を位置づけ、高等学校での「数理探究」(仮称)の素地学習とすべきである。

4) 以上1)、2)、3)のような算数・数学教育の改善を行うためには、中学校の各学年で週当たり4時間の授業を配当すべきである。

高等学校の教育課程に関するものとしては、以下の5)、6)、7)、8)がある（第3章の高等学校に関する部分3(3)②参照）。

5) 高等学校教育においては、大学教育における線形代数学の学習との接続を改善するため、「数学Ⅲ」の「平面上の曲線」の内容を精選し、現行課程で削除された旧課程の「行列とその応用」の内容を復活すべきである。

6) 高等学校数学科の「数学A」と「数学B」では、教育効率を改善するため、単元選択をやめ、内容を精選し、必要な内容を効率的に教えるべきである。

7) 現代社会において重要な統計教育を今より充実すべきであり、特に現行の高等学校学習指導要領の「数学B」にある「確率分布と統計的な推測」は、教科書とICTを活用した教材を併用して、現行の学習指導要領で記載されている内容の定着を図るべきである。

8) 高等学校での「数理探究」(仮称)は、数学と理科の知識や技能を総合的に活用し主体的な探究活動を行うものであり、より多くの高校で履修されるようにすべきである。

#### 4 次期教育課程を超えた教育課程の改善について

次期教育課程を離れた長期のことを考えると、情報科学の進歩が将来社会における人間の働き方を変えることが予想されている。現時点では、社会がどのように変わるかを正確に予想することは難しいが、教育は未来の人材を育成する役割を担っていることを考えると、どのように数学教育を変えるのが良いかを考え始めるべきであろう（第3章の高等学校に関する部分3(3)②の後半参照）。

## 目 次

|     |                                      |    |
|-----|--------------------------------------|----|
| 1   | 本提言の目的                               |    |
| 2   | 算数・数学教育改善の視点                         |    |
| (1) | 概念を創造したり問題を解決したりする際の「数学的な考え方」の重視     | 3  |
| (2) | 数学的活動の質量両面の充実                        | 4  |
| (3) | 算数・数学の探究ツールとしての ICT の利用              | 4  |
| (4) | 統計教育の一層の充実                           | 4  |
| 3   | 算数・数学教育の改善の具体案                       |    |
| (1) | 小学校                                  | 6  |
| ①   | 「割合」の背景にある考えの位置づけ                    | 6  |
| ②   | 「図形」と「量と測定」の関連づけに関する改善               | 7  |
| ③   | 数学的表現の充実                             | 7  |
| ④   | 算数的活動の中学校との一貫性と充実                    | 7  |
| ⑤   | 表現や思考のツールとしての ICT の活用                | 7  |
| ⑥   | 情報の選択、活用の重点化                         | 7  |
| (2) | 中学校                                  | 7  |
| ①   | 割合に関するスパイラルな学習                       | 7  |
| ②   | 関数領域における ICT を用いた問題解決力の育成            | 8  |
| ③   | 図形領域における数学的活動の充実                     | 9  |
| ④   | 不確実性を伴う事象を対象に問題解決や判断・意思決定をする力の育成     | 9  |
| ⑤   | 「課題学習」の充実と総合的な学習の時間との連携              | 10 |
| (3) | 高等学校                                 | 11 |
| ①   | 現行カリキュラムの評価と課題                       | 11 |
| ②   | 改善についての提案                            | 13 |
| 4   | 小・中・高等学校における統計教育の系統化と国際通用性を踏まえた内容の拡充 | 15 |
| (1) | 系統性を担保するための枠組みについて                   | 15 |
| (2) | 具体案                                  | 17 |
| ①   | 小学校                                  | 17 |
| ②   | 中学校                                  | 17 |
| ③   | 高等学校                                 | 18 |
| 5   | 算数・数学科における評価の在り方                     | 19 |
|     | <参考文献>                               | 20 |
|     | 〔別表 1〕 「統計」の教育課程作成に向けた枠組み            | 23 |
|     | <参考資料 1> 審議経過                        | 24 |
|     | <参考資料 2> 『数学に価値を置く程度』                | 25 |
|     | <参考資料 3> 『数学における道具的動機付け』             | 25 |

|   |    |
|---|----|
| <参考資料4>高等学校 学習指導要領数学科編 昭和31年度改訂版 中心概念 ..... | 26 |
| <参考資料5>『数学 中学校用1 第一類』 .....                 | 27 |
| <参考資料6>授業時間数の比較 .....                       | 27 |

## 1 本提言の目的

学校数学の在り方は、通常「何を教えるか」、「どのように教えるか」、「なぜ教えるか」という3つの視点から検討される。「なぜ教えるか」という視点は、「何を」、「どのように」の前提となる。「なぜ」によって、「何を」が決まり、「どのように」も決まってくるからである。そして、「なぜ数学を教えるのか」は、数学教育の目的を考えることになる。

一般に、数学教育の目的は、実用的価値、文化的価値、陶冶的価値の3点から見ることができる。

実用的価値とは、数学は日常生活に役立つという価値である。小学校で教えられる四則計算・割合・比例などは、日常生活の中では欠かせないものである。また、数学は様々な学問分野に関わっており、物理学や工学のみならず、生命科学や社会学、経済学、心理学などにも使われている<sup>1</sup>。コンピュータの発達とインターネットの普及により、数学の実用的価値は益々大きくなっている。したがって、その内容を習得することは必要不可欠である。実用的価値があるから教えるというのが数学教育の一つの視点である。

文化的価値とは、数学が持っている論理的厳密性や完全性や美しさなど、数学の特徴や性質を含めて数学そのものの持つ価値である。数学が作られてきた歴史には、多くの知恵がある。例えば、自然数から始まり、整数、有理数、実数、複素数と次々に新しい数を生み出してきたこともその一つである。それらの知恵を経験することは、人間のすばらしさを知ることであり、人間を理解し、文化を理解することにも役立つ。文化的価値があるから教えるというのが数学教育の二つ目の視点である。

陶冶的価値とは、数学を学ぶことによって形成される精神的特質があり、論理的な推論、簡潔な表現、統合的にみる見方など、いわゆる数学的な考え方やものの見方が身につくという価値である。数学を学習することは、このように人間の精神の形成に影響を与える。陶冶的価値があるから教えるというのが数学教育の三つ目の視点である。

これらの三つの普遍的な価値に対して、算数・数学を取り巻く社会の状況は近年激変している。例えば、高等学校までに学ぶ数学的な計算の大半は、無料のアプリケーションソフトで代替可能である。社会では、大量なデータを元に、不確実性の度合いを数量的に評価して意思決定に利用することが常識になり、質の高い数理的思考力（数理科学的に事象を把握・処理する能力）が、職業生活だけでなく、市民生活においても不可欠となっている。換言すれば、数理的思考力は、グローバル社会を生き抜く上で必要な資質の核心に位置づけられるべき力となっている<sup>2</sup>。

---

<sup>1</sup> 医療において重要な役割を果たしている画像診断では、角度分布を平面分布に直す数学の理論が使われている。最近の天気予報の精度向上には数値予報が大きな役割を果たしているが、そこでは大気の流れを表す方程式をコンピューターで近似的に解く数値解析の技法が使われている。その他、GPSによる位置測定には解析幾何学が、金融工学では確率過程の理論が、通信には暗号や符号理論などの数学が使われている。このように、数学は社会の様々な所で使われている（参考文献 [2]、[15]、[23] 参照）。

<sup>2</sup> 実際、数学の捉え方が変わってきていることにも注目する必要がある。日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会が2013年に出した『報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野』においては、数理科学を「数学を中心とし、数学から生まれた統計学や応用数理などの分野と、数学教育や数学史など数学と他の学問分野との境界分野を合わせた学問分野」とした上で、「これからの時代の市民にとって、数理科学的な事象の把握・処理の能力は欠かせない。市民が正しい判断を行うためには、データに基づき物事を量的に把握するこ

一方、参考資料2、3に示すように、日本の中学生や高校生の数学を学ぶ意義についての意識や数学を学ぶ意欲は、他の国より低いことが明らかにされている。また、数学を学ぶ意義、とりわけ、数学の社会的有用性についての意識が他の国より低く<sup>3</sup>、数学を学ぶことと将来の職業との関係がつかめないでいる生徒が多い。さらに、数学問題の平均得点という面では高い水準にあるが、数学の学習意義の理解や意欲の面では大きな問題を抱え、かなりの割合の生徒が数学の探究的な学びに参加していないこともうかがえる。コンピュータの発達とインターネットの普及により、算数・数学における計算の相対的な重要性が低くなっていることを子どもなりに感じ取っているのに対して、学校数学が対応し切れていないため、算数・数学に対する子どもの見方が固定化されていると推測できる。

現在、高等学校への進学率はおよそ97%([10])であり、ほとんどの日本人は高等学校教育を受け、高等学校卒業後は50%半ば位の人が大学や短期大学に進学し([10])、高等学校と大学・短期大学をつなぐものとして大学入試がある。

第二次大戦後の日本社会は学歴社会であり、そのため多くの若者が大学入学を目指して学業に励んできた。しかし現在は、少子化の進行にもかかわらず大学の定員が増加しているため、入学試験における競争が緩和し、学力が中位の生徒の学習意欲が以前より落ちている([9]、[11]、[12]、[13])。高等学校は義務教育でないため科目選択があるが、大学進学者の多い高等学校においては、理系の学部に進学する人と文系の学部に進学する人に分け、2年目以降、文系の生徒は地歴・公民と国語に重点をおいて学習し、理系の生徒は理科と数学に重点をおいて学習するという「文理分け」が深刻である([25])。このことは、バランスのとれた学力の育成という点で問題があるだけでなく、数学を多用する経済学部などにおいて必要な数学の知識と学習意欲の不足をもたらしていることを大学教員は痛感している([26])。また、人文・社会科学において重要な統計学に関する知識と技能の不足ももたらしている。

本提言では、このような社会や児童生徒の変化に目を向けつつ、「なぜ数学を教えるか」という視座から、これからの算数・数学教育が目指すべき方向を明らかにしていく。

---

とが必要不可欠であるが、そのような能力の涵養において、数理科学教育（算数・数学教育）が果たす役割は大きい。」(p. 20) と述べている。

<sup>3</sup> 数学の社会的有用性についての認識の低さは、明治以降の日本の歴史の中で生じたものであり、高等学校の数学教員でも、「数学は面白い」、「数学は美しい」と言って、数学の有用性に触れずに生徒を指導している人が多い。そのようなことが生じている理由は、大学での数学教員養成・研究者養成において数学の有用性についての教育が不十分なことから生じており、改善する必要がある。



## 2 算数・数学教育改善の視点

第1章で述べたような社会の変化に目を向け、「なぜ数学を教えるか」を考えると、我が国の算数・数学教育改善の視点として、次の4つが挙げられる。

### (1) 概念を創造したり問題を解決したりする際の「数学的な考え方」<sup>4</sup>の重視

「数学的な考え方」は、論理的に考えることや創造的に考えることの基盤となるもので、小学校・中学校学習指導要領では、昭和33年学習指導要領から「数学的な考え方」が挙げられている。その後、一貫して算数・数学科の目標に位置づけられてきたが、学力調査等では、数学的な考え方に関する問題の通過率<sup>5</sup>は必ずしも高いとは言えない状況が続いている。数学的な考え方の習得を教育目標として一層強調する必要がある。

具体的には、第一に、「統合的・発展的な考え」である。統合的・発展的に考えることは、算数・数学のすべての内容に関わることであり、昭和43年小学校学習指導要領、昭和44年中学校学習指導要領で目標に位置づけられた。算数・数学では、問題の条件を整理したり、条件を変えたり、結論から逆に考えたりして、問題解決に取り組み、解決する方法が見つかったとき、より良い方法やより一般的な方法を検討する。このような統合的・発展的な考え方の習得を、一層明確に目標に位置づけることが必要である。

第二に、「数学的表現力」である。考えることは、記述することや表現することと表裏一体の関係にある。考えたことを表現し、表現した内容を吟味する中で、自分の考えを深めることができる。この点から、数学的表現力を目標に明確に位置づけるべきである。

第三に、「数理的思考力」である。数理的思考とは、生活や社会における問題解決や判断の場面で、事象を数理的に把握して処理することであり、日本の将来の社会像を念頭に置くと、数学教育の目標として一層重視することが欠かせない。

第四に、算数・数学の内容の系統性だけでなく、それぞれの内容の背景にある数学的な考えの系統性への配慮である<sup>6</sup>。それとともに、小学校の4領域では「数と計算」「量と測定」「図形」「数量関係」、中学校では「数と式」「関数」「図形」「資料の活用」の4領域の領域間の関連について一層配慮すべきである。

<sup>4</sup> 1979年にユネスコから出された『*New Trends in Mathematics Education*』（数学教育国際委員会（ICMI）編（数学教育新動向研究会訳）、1980）では数学的モデル化の重要性が、1980年にアメリカの全米数学教師協議会（NCTM）から出された『*An Agenda for Action*』（National Council of Teachers of Mathematics, 1980）では問題解決の重要性が、そして、1982年にイギリスのcockcroft委員会から出された『*Mathematics Counts*』（W. H. Cockcroft, 1982）ではコミュニケーションの重要性が謳われ、いずれも世界的に大きな影響を与えた。このような数学の方法面への着目は、学校数学のカリキュラムにも反映されるようになり、イギリスの教育省から1989年に出された数学の『*National Curriculum*』（Department of Education and Science and Welsh Office, 1989）では「数学を利用し応用すること」が内容領域となり、そこでは問題解決、コミュニケーション、数学的推論の3つが内容項目となった。また、アメリカのNCTMが2000年に出した『*Standard 2000*』（National Council of Teachers of Mathematics, 2000）では内容基準とプロセス基準が挙げられ、後者は、問題解決、推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現からなっていた。2010年に発表されたCCSS(Common Core State Standards: 各州共通基礎スタンダード)でも「内容」と「過程」の枠組みは踏襲され、「プロセス基準」の代わりに「数学的プラクティス」が導入されている。

<sup>5</sup> 通過率とは、問題において「正答」または「準正答」した人の割合を指す。

<sup>6</sup> 昭和31年の高等学校学習指導要領（一部改正）数学科編にある「中心概念」が参考になる。詳細は参考資料4に挙げる。

## (2) 数学的活動の質量両面の充実

現行の高等学校学習指導要領解説数学編において、数学的活動は次のように規定されている（p.67）。

- 1) 自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- 2) 学習した内容を生活と関連づけ、具体的な事象の考察に活用すること。
- 3) 自らの考えを数学的に表現し、根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

この「数学的活動」の規定に基づいて、各学校段階における名称や位置づけ<sup>7</sup>に関し一貫性を持たせるべきである。それとともに、中学校と高等学校「数学Ⅰ」と「数学A」にのみ設けられている「課題学習」を拡充すべきである。

## (3) 算数・数学の探究ツールとしての ICT の利用

計算が電卓や数式処理プログラムなどの ICT により容易に代替可能な時代背景を踏まえ、「内容の取り扱い」や「指導上配慮すべき事項」にとどまらず、ICT を算数・数学の探究ツールとして利用することを念頭においた教育課程を編成すべきである。

## (4) 統計教育の一層の充実

データが社会や生活のあらゆる場面で多種多様な行動・判断を主導し、社会の価値を創造する時代にあって、データに基づく科学的探究、課題発見と問題解決、データに基づく合理的なマネジメントと意思決定および説明責任を果たす能力は、社会で求められる重要な力となっている。また、科学技術創造立国を目指す我が国にとって、次代を担う、データ分析の素養を身につけた人材の養成・確保は極めて重要な課題となっている<sup>8</sup>。現行の学習指導要領では統計に関する内容が以前より拡充されたが、諸外国は質と量の両面で更なる拡充を図っている<sup>9</sup>。今後グローバル化社会を生きていく児童生徒の未来を考えれば、国際通用性を踏まえ、小・中・高等学校教育全体を通じた統計教育の一層の改善と充実を図ることが求められる。特に、算数・数学の教科特性を踏まえ、「不確実性とデータ・分布」の概念理解と数理的性質、具体的な事象におけるデータに即した

<sup>7</sup> 小学校では学習内容ごとに具体的な活動が例示されている。中学校では各学年で「内容」の一つとして位置づけられている。高等学校では「内容」には位置づけられていない。

<sup>8</sup> 科学技術イノベーション総合戦略 2015(平成 27 年 6 月 19 日閣議決定)において、「我が国では欧米等と比較し、データ分析のスキルを有する人材や統計科学を専攻する人材が極めて少なく、我が国の多くの民間企業が情報通信分野の人材不足を感じており、危機的な状況にある。(中略) 情報通信及び数理学等の基本的知識を持ちつつ課題の発見・解決ができる人材の強化にも合わせて取り組む。」ことが明記されている。

<sup>9</sup> アメリカでは、1992 年に大学初年次の統計内容に対応する Advanced Placement Statistics を高校で開設して以降、年間 15 万人を超える高校生が履修している。また、2000 年の NCTM による『Standard 2000』、2005 年の American Statistical Association による統計教育のガイドライン (GAISE、[32])、2010 年の CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics) では、統計教育の重要性を強調した改革を進めている。

問題解決と意思決定に至るプロセス<sup>10</sup>の理解と活用経験を学年進行に合わせ、適切に配置することが求められる。

---

<sup>10</sup> 諸外国では、小学校・中学校段階のカリキュラムから、DMAIC（Define the problem（課題をデータで解ける問題とするための数理的な仮説形成のステップ）→ Measure the process（事象間のプロセスと関連性を踏まえた測定指標の決定）→ Analyze the process（データに基づく事象間の関連性の分析）→ Improve the process（予測モデルにしたがった最適解の決定と問題の改善）→ Control the process（分析結果に基づく意思決定と管理））や PPDAC（Problem → Plan → Data → Analysis → Conclusion）、PCPD（Plan → Collect → Process → Discuss）などの統計的問題解決プロセスを位置づけている。

3 算数・数学教育の改善の具体案 第2章を踏まえ、充実化・重点化の必要がある点、内容の追加や順序を変更すべき点、さらにその取り扱いについて、小学校、中学校、高等学校の順に具体的に提起する。

#### (1) 小学校

##### ① 「割合」の背景にある考えの位置づけ

割合の意味の理解については学力調査などの結果から課題があることが明らかである。割合の扱いは、第5学年の百分率や異種の2つの量の割合のときだけでなく、乗法・除法の意味付けや分数で表記された数量の解釈などでも用いられている。それらの系統を明示するとともに、特に、以下の位置づけについて、改善すべきである。

##### ア 分数倍、小数倍の位置づけ

小数倍、分数倍を系統的な観点から位置づけるべきである。

例えば、5mと2mのテープを比べるとき、「差で3mの違いとみる見方」以外に、「2mを1とすると5mは2.5倍(5/2)となり、5mを1とすると2mは0.4倍(2/5)となる見方」があり、後者を除法の系統の中で明らかにすべきである。また、分数の指導において、「8の1/2は4」「6の1/3は2」などの2つの数の関係を分数で表すことも扱うべきである。小数の指導においても同様であり、小数と分数を関連させて、同じ数を表す異なる表記であることを強調すべきである。

##### イ 演算の意味指導の位置づけ

乗数や除数が整数から小数や分数になったとき、演算の意味が拡張し統合されることをより一層強調すべきである。第5・6学年での乗法・除法の意味の拡張については、現行の学習指導要領では「乗法及び除法の意味についての理解を深め」とあり、学習指導要領解説で数直線を用いた割合の意味付けが書かれている。しかし、教科書や授業では、意味の拡張を意識せず、言葉の式による指導が行われている現状がある。そこで、意味の拡張については、「乗数を割合と捉えて乗法の意味を拡張し、乗法の理解を深める」と乗法の拡張における割合の意味付けを学習指導要領に明記する。

また、乗法・除法の意味と関わる整数倍・小数倍・分数倍の指導の位置づけや系統が明確にされていない。そのため、学力調査の結果では倍についての理解が十分とは言えない状況<sup>11</sup>である。そこで、整数倍、小数倍などを何学年でどのように指導するかを明らかにすると同時に演算の意味指導を視野に入れた割合の指導系統を明確にすべきである。

その際、演算の意味指導や計算の仕方を導き出すために有効な働きをする数直線の系統を明確にする。乗法・除法において何学年から数直線を導入し、どのように

<sup>11</sup> 学力調査の通過率：H20A4 (2) 除法の意味 (倍) 55.7%、H24A3 除法の意味 (基準量と倍) (1) 34.3%(2) 41.3%

発展させるかを学習指導要領解説に明記する<sup>12</sup>。

## ② 「図形」と「量と測定」の関連づけに関する改善

図形の性質と図形の計量は、別々に扱うのではなく、これらを統合させて数学的な活動を行うことを配慮すべきである。「図形」と「量と測定」の領域間の関連づけは重視すべきである。例えば、第4学年で平行四辺形、台形、ひし形の性質を扱っている。第5学年で平行四辺形などの面積で用いる等積変形や倍積変形の考えは、平行・垂直など図形の性質が元になって面積公式が導かれることを学習指導要領でも明記すべきである。

## ③ 数学的表現の充実

数学的表現（グラフ、式表現など）の扱いを明確にすべきである。特に、式は、分解式から総合式への指導やカッコなどを用いた式の指導を明確にするとともに、式を読む活動を系統的に行うべきである。また、グラフを表す活動だけでなく、グラフを読む活動を充実させる必要がある。

## ④ 算数的活動の中学校との一貫性と充実

小学校と中学校が連携して児童生徒の算数的活動・数学的活動の質の向上を図るために、一貫性のある内容、位置づけにすべきである。例えば、数、式、図や言葉などを用いて自分の考えを記述する活動を、どの学年にも明確に位置づけるべきである。自分の考えを表現することは、自己との対話や他者を意識したコミュニケーションを行うことになるとともに、児童が自らの学びを振り返る活動となり、自分自身の学習の状況を適確に捉え、自己評価としての役割もあるからである。

## ⑤ 表現や思考のツールとしての ICT の活用

ICT を、数学的に考え、判断する際のツールとして位置づけ、試行錯誤を行ったり、グラフに表し数値を読み取ったりする等の活動を重視すべきである。

## ⑥ 情報の選択、活用の重点化

科学技術の進展において、情報の選択、処理、活用は益々必要になってくる。数量関係の中に含まれている統計や、情報活用に関わる内容を明確にし、重点化すべきである。そこでは、表やグラフの知識や技能だけでなく、日常生活での様々な問題について表やグラフなどから読み取り、判断し、解決することを扱う。特に高学年では、社会科・理科・家庭科など関わって、表やグラフなどの数学的表現を重視することが大切である。（統計教育に関しては第4章で改めて詳述する。）

## (2) 中学校

### ① 割合に関するスパイラルな学習

中学生以降も「割合」の理解や活用に課題があることは、様々な学力調査で再三指

<sup>12</sup> 数直線は、数のモデルであり、数量の関係を明確に表しているため、乗法と除法の演算理解には有効な道具である。

摘されている<sup>13</sup>。そこで、小学校算数からのスパイラルな学習という点から、割合の活用に焦点を当て、割合を用いて事象の傾向を捉える学習を位置づけるべきである。例えば、第1学年の「資料の活用」領域に、二次元表の行比率や列比率に関する学習<sup>14</sup>を位置づけることが考えられる。

## ② 関数領域における ICT を用いた問題解決力の育成

学年ごとに学習する関数が規定されているため、当該の関数に関する理解や技能の習得が学習の中心になり、関数全般に関わる「事象の変化を捉える態度」の育成を図りにくい面がある<sup>15</sup>。また、無料で使い勝手の良いアプリケーションソフトが多数あるにも関わらず、教科書も実際の学習指導もそれを利用せずに構成・展開されており、世界の数学教育の動向から大きく遅れている<sup>16</sup>。

そこで、関数領域に、ICT を用いた数学的問題解決力の育成を目指す、次のような学習活動を導入すべきである。

- 1) 具体的な問題場面において、データを収集し、それを表やグラフに表し、変化の様子を調べ、近似的に最大値や最適値を求めるなどし、問題を解決する<sup>17</sup>。(第1学年)
- 2) 具体的な問題場面におけるグラフから、方程式や不等式の解を読み取り、問題を解決する<sup>18</sup>。(第2学年)

中学校に1)、2)の学習活動を位置づけることは、関数領域における、統合的・発展的な考えの育成に資するとともに、高等学校「数学Ⅰ」の、グラフの平行移動や変換と式の関係、関数と方程式・不等式の解の学習において、ICT を利用した問題解決

<sup>13</sup> 平成27年度の全国学力・学習状況調査では、小学校、中学校ともB問題で割合に関する問題が出題されている。

<sup>14</sup> 例えば次のような学習が構想される。

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|   |   |   | 計 |
|   | a | b | C |
|   | c | d | D |
| 計 | A | B | E |

a/A、a/C、a/Eの意味を考える。

割合と比例式の関連づけ

$$a : A = a/A : 1$$

「Aを1とみたときの…」

<sup>15</sup> このような指摘は以前からあり、現行の学習指導要領において、「関数」(第1学年)、「いろいろな関数」(第3学年)が設けられたことの一要因になっていると推察される。しかし、教科書の扱いは、関数を用いた事象の見方・調べ方に焦点を当てたものにはなっていない。

<sup>16</sup> 例えば、米国NCTMでは、Core Math Toolsという、JAVAによる統合型数学探究ツールを無償公開している。  
<http://www.nctm.org/coremathtools/>

<sup>17</sup> ICTを利用しないこのような学習は、戦前の『数学一類』の教科書の「漏斗の問題」に見ることができる。詳細は参考資料5に挙げる。

<sup>18</sup> 昭和40年代の「現代化」の教科書では、例えば、不等式の解き方の学習前に、 $\{x \mid 2x+3=11\}$ 、 $\{x \mid 2x+3 < 11\}$ 、 $\{x \mid 2x+3 > 11\}$ を数直線上に表す活動を行い、方程式の解と不等式の解の関係を考えさせている。また、 $X = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 、 $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ のとき、 $3x - 2y = 3$ の解が数直線上に表せないことを見いださせた上で、 $3x - 2y < 3$ 、 $3x - 2y > 3$ の解の存在範囲を考えさせている。このような学習は、全国学力・学習状況調査で学習指導上の課題として指摘されている「二元一次方程式の解を座標とする点の集合は直線として表されることを理解すること」の改善にもつながると考えられる。

や探究活動を充実させることにもなる<sup>19</sup>。

### ③ 図形領域における数学的活動の充実

証明の必要性や意味の理解も十分でない実態がある<sup>20</sup>。その背景には、証明を「書ける」ようにすることを重視するあまり、例えば、教科書にある証明を「再現」するための練習や、関連性のない図形の性質を次々と穴埋め式のプリントを使い証明させるといった学習に多くの時間を割いている実態があると考えられる。

また、諸外国に比べ、特に図形領域においては、現実世界への応用的な側面が弱い。そこで、次のような学習を明確に位置づけ、充実すべきである。

- 1) 現実世界の問題場面において、図形を見いだしたり事象を図形とみなしたりし、図形の性質を用いて問題を解決する<sup>21</sup>。(全学年)
- 2) 作図ツールを利用したり複数の生徒が協働したりしながら、図形の性質を見いだしたり、見いだした性質を統合したり拡張させたりして、体系立てる。(第3学年)

### ④ 不確実性を伴う事象を対象に問題解決や判断・意思決定をする力の育成

数や量の資料を表すグラフや表と、分布(度数)を表すグラフや表との区別がついていないため、表やグラフの読み取り方や活用が系統立って理解されていない。どのようなときに、どの手法や表現を用いると良いのかを判断することに困難が見られる<sup>22</sup>。また、現実の不確実性を分布として捉え、その分布に基づいて問題解決するという学習が不足している。統計教育に関しては第4章で詳述するが、統計的問題解決のプロセスを踏まえながら、適切な統計的な手法を選択し、活用できるようにすることが喫緊の課題である。

また、中学校の「確率」の学習は、硬貨やさいころ、くじ引きなどの「同様に確からしい事象」の確率を求める学習が中心になっており、確率の概念の理解や解釈、確率に基づいて判断する態度の育成に課題がある。そこで、第3学年に、具体的な場面において、乱数を用いたシミュレーションを行い、得られた結果から、ある事柄の起

<sup>19</sup> グラフ表示が可能な電卓が普及した1990年代後半の米国の教科書に見ることができる。

<sup>20</sup> 全国学力・学習状況調査において、図形の性質に関する帰納的な説明と演繹的な説明(証明)を並置し、それぞれの役割を説明した正しい選択肢を選べた生徒の割合はおよそ3割だった(平成21年)。高校2年生を対象とした「特定の課題に関する研究(論理的な思考力)」で、帰納的な説明が証明として不十分なこと、命題の誤りを証明するのに反例を一つ挙げればよいことに関する設問の通過率は、それぞれの28%、35%だった(平成25年)。

<sup>21</sup> 諸外国の教科書には、現実事象における問題解決や道具・機械等への応用に関する探究が多く見られる。一方、我が国の場合、戦前の『数学二類』の教科書に多くの例を見ることができるものの、それ以後においては、ほとんど扱われていない。なお、全国学力学習状況調査では、これらに当たるような問題は出題されている(「工具箱」2010年;「文化祭の準備」2014年;「ポップアップカード」2015年)。

<sup>22</sup> 柳沢・西村(2014)は、コンピュータ上で、データをその種類や分析の目的に即して加工して情報を引き出し、判断をする一連の過程を評価できる調査問題を作成し、大学生を対象にした調査を行った。そして、データに含まれる変数間の関係性を引き出せるかに焦点を当て、回答を分析した結果、説明変数と目的変数を認識しそれに合ったデータの加工をすること、グループ間比較をするための適切な加工を行うこと、量的変数間の関係性を引き出すために散布図を利用すること、データの全体的な特徴や傾向を把握することなどの困難点を具体的に明らかにした。

この確率を推測し、判断や意思決定を行う学習を位置づけるべきである。

### ⑤ 「課題学習」の充実と総合的な学習の時間との連携

「課題学習」は、領域横断的な問題解決や探究を行う場として一層重視すべきである<sup>23</sup>。そこで、「課題学習」に現代的な教育課題や「課題の発見と解決に向けて主体的・協働的に学ぶ学習」の場という意味合いも持たせ、標準配当時間とともに位置づけるようにする。

さらに、「総合的な学習の時間」の中に「科学技術教育」を位置づけ、次のような科学・数学・技術という学問固有の方法の習得を図ることが考えられる<sup>24</sup>。理科、数学科、技術科の教員が（2～3ヶ月程度ずつ、交代して）担当する。

科学：「科学の基本は実験や観察である。それらの行為によってじかに見たり、触ったり、聞いたりできる事柄（経験）が主な出発点となる。そうした経験的なデータから仮説を構築する。そしてことあるごとに、仮説を経験的なデータに照らし合わせる作業（検証作業）を行う。」

（科学技術の智プロジェクト、[1]）

数学：「1）問題を数学の言葉で言い表す

2）数学の問題として解決する

3）数学で得られた解を本来の問題に適合する形で表現する

4）本来の問題の解として適当かチェックし、更なる進展を検討する」

（同上、[2]）

技術：「技術を創り出す際には、デザイン（設計）が重要になる。（中略）デザインの過程で、一定の制約条件（既存の技術体系、安全性など）の下で目的を達成するために、様々な可能性の中から実現可能な方法が採用される。その際に重要になるのが評価である。評価基準の間ではトレードオフが生じる。性能を上げるにはコストがかかる。安全性を上げるにもコストがかかる。そのようなトレードオフの中から、最善の選択肢を選んでデザインが決まる。」

（同上、[1]）

---

<sup>23</sup> 「課題学習」は、中学校では「数学的活動」が内容にも位置づけられたこともあり、影がうすくなってしまった感がある。また、2007年から始まった全国学力・学習状況調査により、中学校の授業に関して、次のような変化が起きていることが指摘できる。

(1) 主として『知識』に関するA問題の成績を上げるべく、基礎基本のドリル的な学習に費やす時間を増やす（増やさざるを得ない）教師が増えた。

(2) 教科書が単元末に「活用」のページや問題を設けた分、実社会における数学的活動が、当該単元の学習内容の「利用」に矮小化されがちである。

このような結果、全国的に見ると、教師が創意工夫をする機会が減り、中学校に「課題学習」が導入された初期や「選択数学」があった頃のような、時間をかけた問題解決や探究がなされなくなっていることが危惧されている。

<sup>24</sup> 「総合的な学習の時間」は、極めて優れた実践がある一方で、学校間の格差や持続可能性が依然として課題となったままである。実態としては、小学校では理科や社会科を基軸とした「調べ学習」が多く、中学校では修学旅行等の事前学習や進路指導と関連づけた学習が多い。複数の教科の教員が同時間に担当する現在の形態をとる以上は、こうならざるを得ない面もあると思われる。



このような学習は、高等学校への接続の観点からも重要である。例えば、「大学入学希望者学力評価テスト（仮称）」において、総合型や合教科・合科目型の出題も検討されているが、そのような学習の「場」がないと、教科別の学びを自ら総合できる一部の生徒だけが得点できたり、目指す能力の育成とはかけ離れた「試験対策」に陥ったりすることが危惧される。その意味で、数学と理科の知識や技能を総合的に活用して主体的な探究活動を行う新設科目として検討されている「数理探究（仮称）」は、より多くの生徒が履修できるようにすることが大切である。しかし、教科横断的、探究的学習は高次の思考を必要とするので、高等学校で急に始めてできるものではない。したがって、中学校段階からその素地を培うことが不可欠であり<sup>25</sup>、上述の「科学技術教育」はその素地となりうるものである。

上記の①～⑤を実現するために、各学年で週当たり数学に4時間の授業を配当すべきである。ちなみに、現在の中学校2年生の数学の年間授業時間数（105時間、週当たりで3時間）の年間総授業時間数に占める割合は10%で、TIMSS2011参加国の中で下位である。（参考資料6）グローバル社会を生き抜く上で必要な、質の高い数理的思考力の基盤を育成する上で、①～⑤の実現は不可欠であり、授業時間数の増加を強く要望する。

### (3) 高等学校

第1章で述べたような日本の教育の現状を踏まえると、どのような数学教育を高等学校で行うかを考える場合に、科目選択と大学の入学試験の影響を無視するわけにはいかない。以下では、このような視点から、高等学校数学科の改善すべき方向を論ずる。

#### ① 現行カリキュラムの評価と課題

現行の高等学校数学科の教育課程では、「数学Ⅰ」が必履修科目となっており、それ以外の科目が選択科目となっている。また、「数学Ⅰ」（3単位）から始まり「数学Ⅱ」（4単位）を経て「数学Ⅲ」（5単位）に至る科目列がコア科目と位置づけられ、「数学A」（2単位）と「数学B」（2単位）がオプション科目とされるが、それ以外に高等学校の数学科には「数学活用」（2単位）がある。

大学進学を目指す生徒が多い高等学校では、1年の後半に理系の学部に進学するか、それとも文系の学部に進学するかの選択が行われており、理系の学部に進学することを目指す場合には、数学のコアとオプションのすべての科目を履修する。これに対し、文系の学部に進学することを目指す場合には、「数学Ⅰ」、「数学Ⅱ」、「数学A」、「数学B」の4科目を履修する。しかし第1章に書いたような少子化の影響で、これらの科目のうち一部しか入学試験で課していない大学も多く、そのような大学では、入学後

<sup>25</sup> 国際バカロレア（IB）のディプロマプログラム（DP）では、DP科目から自分の興味のある科目に関連するトピックか、または教科横断的なトピックを選んで、学術的に詳細な研究を行う「課題論文」を必須としている。後期中等教育段階にあたるDPの学習経験だけで取り組むことには困難が伴うため、前期中等教育段階にあたるミドルイヤーズプログラム（MYP）からその素地を培う取り組みが要請されている。

に専門科目で必要となる高等学校数学の補習を行っているところが多い。

外国には、論理力の育成を目的として初等幾何学（平面幾何）を主な教育内容の一つとしている国もあるが、日本では初等幾何学は中学校で学んだ後は、オプション科目である「数学A」の中に含まれ、あまり重視されてはいない。初等幾何学の学習は論理力・発想力・理解力を育成するために重視されていたが、補助線を引いて問題を解くことは非常に難しく、(i) 高校進学者が 95%を超える現状と、(ii) 科学技術への応用は初等幾何学より微分積分学の方がはるかに多いことを考えると、一変数の微分積分学に至る道をコアとした選択は、正しい選択であったと考える。

現行教育課程では、旧教育課程において高等学校で教えていた内容の一部を中学校に移し、「数学Ⅰ」に「データの分析」に関する単元が作られた。理科や社会で「データの分析」に関する知識が必要なことや、社会生活と様々な学問分野における統計学の重要性を考えると、これは重要な改善であった。また、「数学Ⅱ」の「微分積分の考え」において、以前あった「扱う多項式は3次以下とする」という制限を緩和したことも、注目すべき改善である。

オプション科目は教育の多様性を生かすために作られたが、各大学が入学試験の出題範囲を同じものとした方が、受験者の大学選択の自由度が増えるという現実の下では、あまりうまく機能していない。例えば、現行教育課程の「数学A」では標準単位が2単位であるにもかかわらず、多くの大学が3単位すべてを出題範囲とした結果、授業時間が限られる中で3単位すべてを履修する高等学校が多く、理解不足をひき起こしている。また、単元選択という性格上、各単元は1単位分の量にする必要があり、例えば、「数学A」の「整数の性質」では、非常に重要な「約数と倍数」に、それほど重要ではない「ユークリッドの互除法」と「整数の性質の活用」を加えて1単位分としており、内容の選択に無駄が生じている。単元選択ということを止め、必要なことのみを教えることにすれば、現在の「数学A」は2単位で主要な内容をすべて教えることができる。なお「数学B」では、「確率分布と統計的な推測」というかなり重要な単元を教えている高等学校はごくわずかしか存在しないという問題もある([23])。

同様の問題は旧教育課程の「数学C」にもあり、「式と曲線」の中の「曲線の媒介変数表示」など、それほど重要ではないものが含まれていた。「数学C」は現行教育課程では「数学Ⅲ」に吸収されたが、その様にしてできた新課程の「数学Ⅲ」では、旧課程の「数学Ⅲ」にはなかった「複素数平面」を追加するため、大学教育で重要な線形代数学に続く「行列とその応用」が削除され、高大接続における大きな問題となっている。また、その様にしてできた新課程の「平面上の曲線と複素数平面」は、旧課程の「数学Ⅲ」にあった内容（微分積分学）とうまく調和していない。<sup>26</sup>

なお、「数学活用」については、数学的な見方や考え方、数学的な表現や処理、数学的活動や思索することの楽しさなどに焦点を当て、具体的な事象の考察を通して数

<sup>26</sup> 線形代数学は微分積分学と共に科学の基礎を担う重要な概念であり、諸外国の高等学校教科書の多くには、行列の定義と性質、及び学ぶ意義に関する記述が見られる。また、行列はフランスにおけるバカロレアの標準的問題にもなっている。[36][37][38]参照。

学の良さを認識できるようにすることを目的としているが、履修している人は普通科で8.8%であり、非常に少ない（平成27年5月25日教育課程企画特別部会資料3-1『高等学校の教育課程等に関連する資料』p.42）。

## ② 改善についての提案

次期教育課程については、上述の様な問題を改善するため次のようにすることを提案したい。

ア 旧教育課程の「数学C」から移った「数学Ⅲ」の部分で、「平面上の曲線」に関する部分を削除し、「行列と線形変換（点の移動）」を復活する。しかし、楕円と双曲線の方程式は知っていることが望ましいので、単位円  $x^2 + y^2 = 1$  と分数関数  $y=1/x$  のグラフを線形変換で移してできる曲線として、楕円と双曲線の標準形を示す。

イ 「数学A」と「数学B」において3つの単元から2つを選択するという制度を見直し、内容を精選し、統計教育の充実を計ることが重要である。

具体的には、次の様なことを行うことが考えられる。

(ア) 「数学A」は2単位の科目とし、単元選択をなくし、1単位分の「場合の数」と、内容を精選した合計1単位分の「整数」と「図形」からなるものとする。

「整数」は「約数と倍数」を中心としたものとし、また、「図形」は空間図形の平面での切断などを中心としたものとし、これらの単元は論理力および空間認識能力の向上を目的とした単元とする。

(イ) 「数学B」は3単位の科目とし、単元選択をなくし、各1単位の「確率分布と統計的な推測」、「数列」、「ベクトル」の3単元からなるものとする。

「確率分布と統計的な推測」では数学的厳密性にはこだわらず、教科書とICTを活用した教材<sup>27</sup>を併用して、現在の学習指導要領で記載されている内容の定着を図る。

ウ 「数学活用」では、ICTを使って、疑似乱数の利用、相関、確率分布などを（厳密な数学的取り扱いにはこだわらず）紹介する。また数学史関連では、(i) 文字式は古代ギリシャの末に端を発し、約2000年後の17世紀に完成したことや、(ii) ニュートンが力学の問題を数学の問題として記述し、微分積分学を作ってその問題を解き、画期的な進歩をもたらしたこと、などを教える。

エ 現在あまり活用されていない「数学I」と「数学A」の「課題学習」と「総合的な学習の時間」において、データの扱い方をICTを使って学習させる。

オ 個別に学習をしてきた数学や理科の知識や技能の関連を実感させ、それらを総合的に活用する力を付させるために、現在検討中の「数理探究（仮称）」を、より多くの高校で履修されるようにする<sup>28</sup>。

<sup>27</sup> この単元については、教科書の他に、シミュレーション等の内容を含む電子的な補助教材の提供を、教科書会社に求める。

<sup>28</sup> SSH（スーパーサイエンスハイスクール）や「科学の甲子園」などにおいて、この様な活動が現在行われている。

カ 教科間の連携を良くするために、数学科と理科、および数学科と情報科の間で、学習指導要領作成中に意見交換をする。

次期教育課程を離れて長期のことを考えると、情報科学の進歩が数学教育に影響を与えることも考えられる。例えば、コールセンターや配送センターの仕事の一部は既に自動化されており、車の運転もやがて自動化される。世の中の仕事が急激に変わる可能性があり、そのことが数学教育の変更を迫る可能性が高い。その様なことを考えると、計算が中心となっている現在の数学教育の在り方は見直す必要があると思われる。多様な生徒に対して、現時点で具体的に何をすべきかを述べるのは難しいが、次のようなことも考えられる。

キ 数学への理解を深めるために、必要に応じて ICT を使いながら、定義や公式の意味や役割を今よりも丁寧に授業で教える。

ク 授業で数学を使って世の中のいろいろな問題を解く (3(2)⑤参照)。

ケ 大学進学を目指す生徒を対象にして、証明を考える時間を今より増やし、論理力・発想力を強化する。また、大学進学を目指す生徒には、1題で 60 分程度かかる問題を考えさせ、今より理論や公式の意味を広く深く考えさせるようにする。

コ 大学進学を目指さない生徒を対象にして、数学史などを使って、「数学はどのようにして世の中の役に立ってきたか」、「数学は世の中でどの様な役割を持っているか」などを教える。

#### 4 小・中・高等学校における統計教育の系統化と国際通用性を踏まえた内容の拡充

複雑で変化の激しい社会の中で、将来の不確実性に科学的・数理的に対処し合理的な意思決定を行うためには、具体的な社会的課題に応じた適切な評価指標の設定とその変動を説明する要因の探索、それらに基づく予測モデルの構築やそこでの最適解の発見という高度な数理的思考力と知識・技能が要求される。

学校教育における統計教育の目的は、自然および社会現象の数理的モデリングの道具として、確率と確率分布を概念的かつ数理的に理解し、身近な問題解決と意思決定に活用する態度と能力を育成することにある。特に、現実の事象に内在する不確実性という観念を確率や確率分布で数学的に捉えて推論する考え方は、大学生や社会人でも理論を学習するだけで理解することは困難である。したがって、学校教育の早期より、身の回りの文脈における問題場面を取り上げ、そこで得られるデータについて、統計的に分析し、分析結果を解釈し、それについて議論することを繰り返し経験するなかから、現実の事象に内在する不確実性を確率や確率分布で捉える能力を形成していくべきである。

算数・数学科で、データと分布によって不確実性を数理的に理解し、身近な問題解決に活用する技能を段階的に積み上げ学習を進めていくことは、例えば、理科における科学的探究力や情報科における問題解決力、社会科における統計資料の理解およびGIS(地理情報システム)で表現される空間統計を分布として読み取り活用する力、国語科や英語科における図表・グラフを用いて論理的に説明する力、保健体育科において健康や運動をデータに基づいて数量的に理解する力を育成する基盤ともなる。さらに、不確実性の数理的モデリングは、今後、科学技術の進展の中で大きな役割を果たす人工知能や機械学習という非常に高度なアルゴリズムの基礎につながる内容なので、すべての生徒が早い段階で学習しておくことが、将来の科学技術をブラックボックスとして考えずに済むことになる。

現行の統計教育に関する学習指導要領を見ると、学年ごとに内容が規定されているが、そのつながりがあまり明確ではない。本来は、学年進行に沿って、扱うデータの種類、表現方法、分析手法、分析目的が広がり、表現力、分析力、問題解決能力の高まりを実感できる学習が望ましい。このような観点から、小学校、中学校、高等学校(「数学活用」や検討が進められている新科目「数理探究(仮称)」を含む)を通して一貫性のある統計教育を構築すべきである。以下に、その枠組みを具体的に記述する。

##### (1) 系統性を担保するための枠組みについて

統計的な問題解決における「分析目的」、「分析手法」、「表現方法」の3つの軸を設定し、取り扱う文脈やデータの種類、層別や変数変換などのデータハンドリングの方法、グラフ、統計量、分布等を増やししながら、学年進行に合わせてスパイラルに学習できるようにすべきである。「分析目的」、「分析手法」、「表現方法」が含意することは、以下の通りである。

分析目的：現状を把握する、比較する、傾向・関係をみる、予測・推測し判断する

分析手法：「分析目的」に沿って問題解決活動を展開するために取り扱う分析の手立て

層別、相対化、変数変換、指数化、増減率、累積、乱数シミュレーション、相関、回帰、移動平均、標準化、推定、検定、無作為化、調査設計、実験計画、連関、オッズ比

表現方法：分析手法や思考の具体的な表現形式、結果を他者へ発信するための技能

[分布の記述；経験分布] 度数分布表、絵グラフ、棒グラフ、二次元表、折れ線グラフ、累積度数グラフ、円グラフ・帯グラフ、ドットプロット、ヒストグラム、箱ひげ図、散布図

[分布の記述；基本統計量] 最大値・最小値、代表値、分散・標準偏差、四分位数・四分位範囲、相関係数、パーセント点

[分布の当てはめ；理論分布] 二項分布、正規分布<sup>29</sup>

[標本分布] 中心極限定理、正規近似<sup>30</sup>

小学校の学習では、主に質的データに対する「現状を把握する」と「比較する」ことを目的とする文脈での問題解決活動を行うのに対し、中学校では質的データおよび量的データとその組み合わせで、「現状を把握する」「比較する」「傾向・関係をみる」、「インフォーマル<sup>31</sup>に予測・推測し判断する」、高等学校では「フォーマルに予測・推測し判断する」ことを目的とする問題解決活動を展開できるようにする。そして、これらの目的に、分析手法、表現方法、それに付随するデータの種類を整理したのが〔別表1〕である。

例えば、〔別表1〕をデータの種類に着目してみよう。「時系列データ」に関しては、小学校では「現状を把握する」目的で「折れ線グラフ・時系列グラフ<sup>32</sup>」に表現することを学習し、中学校では目的を「傾向・関係をみる」ことまで広げ、分析手法として「相対化、指数化、移動平均」を加え、さらに、高等学校では目的を「予測・推測し判断する」ことまで広げ、分析手法として「単回帰モデル」を加えて学習する。

また、〔別表1〕を分析手法に着目してみよう。例えば、「累積」は、小学校では「質的データ」を素材として、「現状を把握する」目的で、「棒グラフ・分布を表す棒グラフ」を表現方法として学習するのに対して、中学校では「質的データ」に対する表現方法として「パレート図」を学習する。また、「量的データ」を素材として、「比較する」まで目的を広げ、「累積相対度数」や「累積度数曲線」を表現方法として学習する。

<sup>29</sup> 発展的な内容として、ベルヌーイ分布、ポアソン分布、一様分布などを含めることも考えられる。

<sup>30</sup> これらの内容は数学的な厳密性を追求するのではなく、演習やICT等を活用した概念の理解が大切である。

<sup>31</sup> 海外の統計教育では、「フォーマルな推測」を統計的検定や区間推定、回帰モデルによる予測等を指すとし、その前段階で、厳密な推測統計の手法・用語を使用せずに（インフォーマルに）、学校教育の早期から、入手したデータから得られる集計結果には標本誤差が伴うことを意識した結果の解釈や判断を行わせる方法をとっており、これを「インフォーマルな推測」と言っている（Zieffler, A., et al [34], Wild, C., et al [35]）。例えば、男子と女子で好きなスポーツの種類に違いがあるかどうかをクラスから入手したデータで判断する等、児童生徒の問題設定においても、集団の傾向や自然界の法則に起因するものが多い。そこで、得られたデータの違いだけで判断させるのではなく、隣のクラスや他の学校でも同じ結果になるのか、などの発問から、シミュレーション（必ずしもPCや乱数を使う必要はない）や実験等の活動を通じて、標本変動や標本誤差の存在とそのおおよその大きさを感覚的に掴ませる学習方法がインフォーマルな推測である。

<sup>32</sup> 時系列グラフの特性（横軸が等間隔）を意識付けし、直線で外挿するなど、インフォーマルに1時点先の予測を話し合わせ、時系列グラフの等単位性や傾きの意味を理解させる。

## (2) 具体案

### ① 小学校

ア 質的データの扱いを充実する

- ・ 棒グラフについて、資料の量的比較のためのグラフと質的データの分布の表現方法としてのグラフを明確に分けて位置づけ、読み取り方の違い(前者は棒の高さの違いを差や比で解釈するのに対して、後者はモードや累積で全体の傾向を解釈する)を位置づける。
- ・ 度数を二次元表に整理し、2つの質的データの分布を比較する学習を位置づける。
- ・ 円グラフや帯グラフについて、資料の構成割合を示す円グラフや帯グラフと、質的データの分布(相対度数)の表現方法としての円グラフや帯グラフの違いを位置づけ、後者は分布として読み取することを学ぶ。

イ データ種類とグラフの関係を明確にする

- ・ 折れ線グラフと時系列グラフの区別を明確にし、時間軸に沿った変化の読み方を位置づける。
- ・ 離散型・連続型データの双方の分布の表現方法としてドットプロットを位置づけ、度数(確率)密度の概念の素地とする。
- ・ 連続型のデータで等間隔の階級分けをしたヒストグラム(柱状グラフ)を位置づける。

### ② 中学校

ア 累積相対度数、相対度数折れ線、累積度数曲線、パレート図、二次元表における(行、列、セル)比率、時系列グラフの指数化や変化率を位置づけ、データの相対化の扱いを充実する。

イ 連続型のデータで不等間隔の階級分けをしたヒストグラムを位置づける。

ウ 平均値、最頻値、中央値に加えて、四分位数とその表現方法である箱ひげ図を位置づけ、範囲、四分位範囲<sup>33</sup>など分布の表現方法を充実させる。

エ 質的・量的の混在する多変量からなるデータの扱いを位置づけ、データの層別の意義や必要性を理解させる。

オ 関数の学習と関連づけて、最小2乗法によらない、インフォーマルな単回帰直線を位置づけ、傾きや直線のモデルによる予測の意味を理解させる。

カ ランダムサンプリングに加えて、ランダム割り付けの意義と必要性の理解や乱数の数学的良さを理解させるとともに、乱数を用いてシミュレーションをする学習を位置づける。

---

<sup>33</sup> 現行の高等学校の数学Iで扱われている「四分位偏差」は取り扱わず、範囲と四分位範囲で、全体と中心傾向の捉え方の違いを学ぶ。

### ③ 高等学校

- ア 確率分布や推測統計(区間推定や検定)について学習できるようにする<sup>34</sup>。
  - イ 比較や予測・推測を通して判断を数量的に行うための分析手法を充実させる。
    - ・データの標準化や二次元表の分析(連関、オッズ比<sup>35</sup>)を位置づける。
    - ・時系列グラフにおける移動平均や、最小2乗法による単回帰の扱いを充実する。
- また、関数等の学習と関連づけて、指数曲線やロジスティック曲線を位置づける。

これらの実現に向けて、時間数の増加や「総合的な学習の時間」の活用なども視野に入れた検討をすべきである。

---

<sup>34</sup> これらを、不確実性に伴うリスクの評価、意思決定、複雑なシステムのシミュレーションのための数理的方法として理解させる。

<sup>35</sup> 2つの質的データの関連性を二次元表で分析する考え方は、米国CCSSM(2010)では中学校に位置づけられている。日本では高校で、2つの量的データの関連性を散布図や相関の概念、相関係数で学習するので、質的データの場合も対応する概念や指標が存在することを「数理探究(仮称)」の科目などで発展的に学習することが望ましい。



## 5 算数・数学科における評価の在り方

算数・数学の内容の理解・習得に加え、数学の方法の理解・習得を強調する上では、同時に、その評価をどうするかを考えておく必要がある。そこで、第一に、数学の方法の理解・習得の伸長にとって有効な面が十分あると思われる、形成的アセスメントを基盤とする、ルーブリックを用いた評価やパフォーマンス評価について、実施レベルでの信頼性や妥当性の担保に向けた研究や調査を早急に行う必要がある<sup>36</sup>。第二に、「テスト」に関しては、育成すべき能力を「テスト」として再現できるものに矮小化してしまう危険性があることに一層留意するとともに、早急に、全国学力・学習状況調査のB問題がどのような能力を測定できているのかを、テスト理論の専門家と教科教育の専門家が協働し検証する必要がある。

---

<sup>36</sup> 国際バカロレア (IB) のディプロマプログラム (DP) では、各科目の正規評価を「外部評価」と「内部評価」を合わせて行う。その「内部評価」は、生徒が個人で作成するレポート (6～12 ページ程度) を、5つの観点 (A: コミュニケーション、B: 数学的表現、C: 主体的な取り組み、D: 振り返り、E: 数学の活用) で、評価規準に基づいて評価を行うものである。その評価は、まず校内で数名の教師によって評価を行い、それを IB に提出する。そのうちの数個のサンプルが再評価 (モデレーション) され、その結果によってすべての生徒の課題の評価が調整 (適正化) される仕組みになっている。

## <参考文献>

### <和文>

- [1] 科学技術の智プロジェクト、総合報告書、2008.  
<http://www.jst.go.jp/csc/archive/s4a.html>
- [2] 科学技術の智プロジェクト、数理科学専門部会報告書、2008.  
<http://www.jst.go.jp/csc/archive/s4a.html>
- [3] 杉村欣次郎・島田茂・田中良運・和田義信、*数学1 第一類 中学校用、中等学校教科書株式会社*、16-18、1943.
- [4] 柳沢文敬・西村圭一、データに基づく判断の困難性に関する調査研究—「変数間の関係性」に焦点を当てて—、*数学教育学論究*、日本数学教育学会、第96巻、185-192、2014.
- [5] ユネスコ「21世紀教育国際委員会」編（天城勲監訳）、*学習：秘められた宝 ユネスコ「21世紀教育国際委員会」報告書*、ぎょうせい、1997.
- [6] 文部省、*高等学校学習指導要領数学科編*、昭和31年度改訂版、  
<https://www.nier.go.jp/guideline/s31hm/index.htm>
- [7] 内閣府、*科学技術イノベーション総合戦略2015*、2015.  
<http://www8.cao.go.jp/cstp/sogosenryaku/2015.html>
- [8] 内野浩子・西村圭一、*国際バカロレア・ディプロマプログラムにおける数学の学習と評価*、*日本数学教育学会誌*、97(7)、23-32、2015.
- [9] *私立学校振興・共済事業団*、平成26年度私立大学・短期大学等入学志願動向、2014.  
<http://www.shigaku.go.jp/files/shigandoukou26.pdf>
- [10] 文部科学省、*学校基本調査*、平成27年度速報、2015.  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/houdou/27/08/attach/1365646.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/27/08/attach/1365646.htm)
- [11] 文部科学省、*18歳人口および高等教育機関への入学者数・進学率等の推移*.  
[http://www.mext.go.jp/component/b\\_menu/shingi/giji/\\_icsFiles/afieldfile/2012/10/03/1326458\\_3.pdf](http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/giji/_icsFiles/afieldfile/2012/10/03/1326458_3.pdf)
- [12] 文部科学省、*学士課程教育の構築に向けて（中央教育審議会答申）*、2008.  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/gijyutu/gijyutu4/siryu/attach/1247211.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/gijyutu/gijyutu4/siryu/attach/1247211.htm)
- [13] 文部科学省、*新しい時代にふさわしい高大接続の実現に向けた高等学校教育、大学教育、大学入学者選抜の一体的改革について（中央教育審議会答申）*、2014.  
[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/\\_icsFiles/afieldfile/2015/01/14/1354191.pdf](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2015/01/14/1354191.pdf)
- [14] 文部科学省、*学習指導要領解説、数学編*、2009.
- [15] 日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会、*報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野*、2013.  
<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-22-h130918.pdf>
- [16] 国立教育政策研究所編、*算数・数学教育の国際比較 国際数学・理科教育動向調査の2011年調査報告書*、明石書店、2013.
- [17] 国立教育政策研究所編、*生きるための知識と技能 5 OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2012年調査国際結果報告書*、明石書店、2013.
- [18] 数学教育国際委員会（ICMI 編）（*数学教育新動向研究会*訳）、*世界の数学教育—そ*

の新しい動向、共立出版株式会社、1980.

- [19] 統計関連学会連合理事会及び同統計教育推進委員会、統計学分野の教育課程編成上の参照基準 第2版、2014.

<http://www.jfssa.jp/ReferenceStandard2.pdf>

- [20] 文部科学省、小学校学習指導要領、中学校学習指導要領、2008.

<http://www.mext.go.jp/>

- [21] 文部科学省、高等学校学習指導要領、2009. <http://www.mext.go.jp/>

- [22] 渡辺美智子、不確実性の数理と統計的問題解決力の育成—次期学習指導要領の改訂に向けて—、日本数学教育学会 第96巻、第1号、2-6、2014.

- [23] 日本学術会議数理科学委員会数理統計学分科会、提言 ビッグデータ時代における統計科学教育・研究の推進について、2014.

<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-22-t197-1.pdf>

- [24] 日本学術会議数理科学委員会統計学分野の参照基準検討分科会、報告 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 統計学分野、2015.

<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-23-h151217.pdf>

- [25] 後藤 颯一他、中学校・高等学校における理系進路選択に関する研究 報告書、国立教育政策研究所、2013.

[http://www.nier.go.jp/05\\_kenkyu\\_seika/pdf\\_seika/h24/2\\_3\\_all.pdf](http://www.nier.go.jp/05_kenkyu_seika/pdf_seika/h24/2_3_all.pdf)

- [26] 日本数学会教育委員会、日本数学会 第一回大学生数学基本調査報告書、数学通信第18巻、95-133、2013.

<http://mathsoc.jp/publication/tushin/1801/chousa-houkoku.pdf>

<英文>

- [27] Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in School under the Chairmanship of Dr. W. H. Cockcroft, Mathematics counts. Her Majesty's Stationary Office, 1982.

- [28] Department of Education and Science and Welsh Office, Mathematics in the National Curriculum. Her Majesty's Stationary Office, 1989.

- [29] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), An Agenda for Action Recommendation for School Mathematics of the 1980s. NCTM, 1980.

- [30] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Principles and Standards for School Mathematics. NCTM, 2000.

- [31] The North Carolina School of Science and Mathematics, Contemporary Precalculus through Applications, Janson Publications, Inc., 1992.

- [32] American Statistical Association, Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report, 2005.

[http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12\\_Full.pdf](http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12_Full.pdf)

- [33] Common Core State Standards Initiative, Common Core State Standards for

Mathematics Standards, 2010.

[http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math\\_Standards1.pdf](http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf)

- [34] Zieffler, A., Garfield, J., delMas, R., & Reading, C., A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistical Education Research Journal*, 7(2), 40-58, 2008.
- [35] Wild, C. J., Pfannkuch, M., Regan, M., & Horton, N. J., Towards more accessible conceptions of statistical inference. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 174(2), 247-295, 2011.
- [36] Ministère de l'éducation nationale, France, Ressources pour la classe terminale générale et technologique, Mathématiques, 2012.  
[http://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/89/3/maths-S-specialite\\_207893.pdf](http://media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/89/3/maths-S-specialite_207893.pdf)
- [37] Dates des épreuves du Bac S 2015 en Maths, corrigés et themes, France, 2015.  
<http://www.math93.com/index.php/112-actualites-mathematiques/675-bac-s-2015-maths-corriges-dates-et-sujet-probable-en-mathematiques>
- [38] Education Commission of the States (ECS) State Policy Database (retrieved on January 20, 2016), Curriculum of Mathematics, 2016.  
<http://b5.caspio.com/dp.asp?AppKey=b7f93000695b3d0d5abb4b68bd14&id=a0y70000000CbnBAAS>

〔別表1〕 「統計」の教育課程作成に向けた枠組み

| 校種   | 分析目的          |  |                                    |   | 問題解決過程 (PPDAC)  |
|------|---------------|--|------------------------------------|---|---|
|      | データ           | 現状を把握する  | 比較する                               | 傾向・関係をみる  |   |
| 小学校  | 質的<br>(多項目)   | 手法：累積<br>表現：棒グラフ、<br>分布を表す棒グラフ   | 手法：相対化、累積<br>表現：円グラフ、帯グラフ、<br>二次元表 |   | 身近な生活の場面において、問題を発見し、観察・調査・実験を行いデータを集める。それを表やグラフに表し、現状を把握し、問題の解決に向けての提案をする。  |
|      | 量的<br>(主に離散量) | 表現：ドットプロット、<br>ヒストグラム(等間隔)   |                                    |   |   |
|      | 時系列           | 表現：折れ線グラフ<br>時系列グラフ  |                                    |   |   |
| 中学校  | 質的            | 手法：相対化<br>表現：パレート図、二次元表  |                                    |   | 日常生活や社会生活の場面において、問題を発見し、観察・調査・実験を行いデータを集める。それを表やグラフに表したり、統計量を求めることで現状や傾向を把握したりし、2つ以上の集団を比較したりし、問題の解決に向けての提案をする。<br>データの2次利用の際に、データの収集方法を批判的に考察する。 |
|      | 量的<br>(主に連続量) | 手法：相対化、累積<br>表現：ヒストグラム(不等間隔)、箱ひげ図<br>代表値、範囲(最大・最小)、四分位範囲<br>相対度数、相対度数折れ線、累積度数曲線、累積相対度数 | (統計的確率に基づいたインフォーマルな推測・判断)          |   |   |
|      | 時系列           | 手法：相対化、指数化、移動平均、増減率<br>表現：時系列グラフ   |                                    |   |   |
|      | 質的<br>×<br>量的 | 手法：層別、指標化、<br>表現：(小・中学校で学習する表現を活用)   |                                    | 手法：標本調査、無作為化、帰帰<br>(インフォーマル)、乱数シミュレーション<br>表現：(小・中学校で学習する表現を活用) |   |
| 高等学校 | 質的            |  |                                    | 手法：連関、オッズ比<br>表現：二次元表   | 日常生活や社会生活、他教科の学習の場面等において、問題を発見し、適切な実験・調査計画を立てる。そして、データを集め、適切な統計的手法を用いて分析したり、数学的モデルを作成したりして、予測・推測し判断することで問題を解決する。                                  |
|      | 量的            | 手法：標準化<br>表現：分散、標準偏差、偏差値、  |                                    | 手法：推定(区間推定)、検定<br>表現：二項分布、正規分布                                  |   |
|      | 時系列           | 手法：移動平均、帰帰<br>表現：時系列グラフ、(隠)指数曲線、ロジスティック曲線)   |                                    | 手法：帰帰(最小2乗法)<br>表現：散布図、相関係数                                     |   |
|      | 質的<br>×<br>量的 | 手法：調査設計、実験計画<br>表現：(小・中・高等学校で学習する表現を活用)  |                                    |   |   |

## <参考資料 1> 審議経過

平成 26 年

- 12 月 19 日 数学教育分科会（第 1 回）  
役員の選出、今後の進め方について

平成 27 年

- 3 月 16 日 数学教育分科会（第 2 回）  
特任連携会員の選出、提言の作成について
- 5 月 8 日 数学教育分科会（第 3 回）  
統計教育の振興について
- 7 月 3 日 数学教育分科会（第 4 回）  
提言骨子案について
- 9 月 4 日 数学教育分科会（第 5 回）  
提言（案）について
- 10 月 30 日 数学教育分科会（第 6 回）  
提言（案）について

平成 28 年

- 1 月 22 日 数学教育分科会（第 7 回）  
分科会提言（案）承認
- 2 月 15 日 数理科学委員会（第 3 回）  
分科会提言（案）について承認
  
- 4 月 22 日 日本学術会議幹事会（第 228 回）  
提言「初等中等教育における算数・数学教育の改善についての提言」  
について承認

<参考資料2> 『数学に価値を置く程度』

TIMSS2011 中学校2年生 (%)

|           | 置く        | やや置く      | 置かない      |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 国際平均値     | 46        | 39        | 15        |
| <b>日本</b> | <b>13</b> | <b>50</b> | <b>38</b> |
| シンガポール    | 43        | 47        | 10        |
| 韓国        | 14        | 52        | 34        |
| 香港        | 26        | 49        | 25        |
| 台湾        | 13        | 41        | 46        |
| イングランド    | 48        | 43        | 10        |
| アメリカ      | 51        | 38        | 11        |
| フィンランド    | 15        | 45        | 40        |

<参考資料3> 『数学における道具的動機付け』

PISA2012 15歳児

|           | 指標           |
|-----------|--------------|
| OECD 平均   | -0.03        |
| <b>日本</b> | <b>-0.50</b> |
| シンガポール    | 0.40         |
| 韓国        | -0.39        |
| 香港        | -0.23        |
| 台湾        | -0.33        |
| イギリス      | 0.32         |
| アメリカ      | 0.14         |
| フィンランド    | -0.01        |

<参考資料4> 高等学校 学習指導要領数学科編 昭和31年度改訂版 中心概念

| 中心概念                      | 数学Ⅰ   | 数学Ⅱ                                | 数学Ⅲ   |
|---------------------------|---|------------------------------------|---|
| 概念を記号で表わすこと。              | 記号・文字による一般的表現<br>文字式<br>式の形                   | 記号と対象との対応（記号・文字による一般的表現、文字式、式の形）   | 操作の記号化<br>（記号・文字による一般的表現、文字式、式の形、記号と対象との対応） |
| 概念・法則などを拡張すること。           | 拡張の原理   | （拡張の原理）                            |   |
| 概念・法則などを拡張したり、一般化したりすること。 |   |                                    | （拡張の原理）                                     |
| 演繹的な推論によって知識を体系だてること。     | 公理・定義<br>定理・命題<br>証明                          | 必要条件・十分条件・同値関係<br>（公理・定義、定理・命題、証明） | 数学的帰納法<br>（公理・定義、定理・命題、証明、必要条件・十分条件・同値関係）   |
| 対応関係・依存関係をとらえること。         | 函数的関係<br>統計的關係<br>図形的な対応関係・依存関係<br>命題の論理的依存関係 |                                    |   |
| 函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること。  |   | 連続的変化、極限<br>函数値の増減、周期性、極大・極小       | （連続的変化、極限、函数値の増減、周期性、極大・極小）                 |
| 極限によって量をとらえること。           |   |                                    |   |
| 式や図形について不変性を見いだすこと。       |   |                                    |   |
| 解析的方法と図形的方法の関連。           | 函数のグラフ  | 曲線を表わす方程式<br>（函数のグラフ）              | （函数のグラフ、曲線を表わす方程式）                          |
| 統計的な事象を量的にとらえること。         |   |                                    |   |



### <参考資料5>『数学 中学校用1 第一類』

中等学校教科書株式会社、1943、 p. 16

※現代表記に改めたものである。

「画用紙に半径 10cm の円をかいて、これを切り抜き、この円から中心角  $150^\circ$  の扇形を切り取って、ジョウゴを作ってみよ。

問1 上で作ったジョウゴの底面の半径と容積とを計算せよ。

問2 扇形の中心角を  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ ・・・と変えていくと、ジョウゴの底面の半径はどのように変わっていくか。

問3 扇形の中心角を  $x^\circ$  とすると、ジョウゴの底面の半径は何程になるか。この半径を  $y$  cm とすると、 $y$  は  $x$  のどんな式で表せるか。

問4 前問の  $x$  と  $y$  との関係を表す図表をかけ。

問5 先に作ったジョウゴの深さを図の上で測る方法を工夫せよ。

問6 扇形の中心角を  $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ ・・・と変えていったときのジョウゴの深さを図の上で求め、中心角の大きさと深さとの関係を表す図表を作れ。

問7 扇形の中心角の大きさと、ジョウゴの容積との関係を図表に表せ。また、容積を最も大きくするには、中心角を何度にするか。図表によって求めよ。」

### <参考資料6>授業時間数の比較

TIMSS2011 (単位時間)

|            | 小4         |            |           | 中2          |            |           |
|------------|------------|------------|-----------|-------------|------------|-----------|
|            | 総時間数       | 算数         | %         | 総時間数        | 数学         | %         |
| 国際平均値      | 897        | 162        | ---       | 1031        | 138        | ---       |
| <b>日本*</b> | <b>980</b> | <b>175</b> | <b>18</b> | <b>1016</b> | <b>105</b> | <b>10</b> |
| シンガポール     | 1012       | 208        | 21        | 1106        | 138        | 12        |
| 韓国         | 789        | 121        | 15        | 1006        | 137        | 14        |
| 香港         | 1059       | 158        | 15        | 1026        | 138        | 13        |
| 台湾         | 989        | 133        | 13        | 1153        | 166        | 14        |
| イングランド     | 970        | 188        | 19        | 992         | 116        | 12        |
| アメリカ       | 1078       | 206        | 19        | 1114        | 157        | 14        |
| フィンランド     | 779        | 139        | 18        | 934         | 105        | 11        |
| オーストラリア    | 1008       | 230        | 23        | 1039        | 143        | 14        |
| ドイツ        | 863        | 163        | 19        | ---         | ---        | ---       |
| オランダ       | 1074       | 195        | 18        | ---         | ---        | ---       |
| チェコ        | 782        | 163        | 21        | ---         | ---        | ---       |
| ニュージーランド   | 925        | 168        | 18        | 959         | 141        | 15        |

(注意) 日本については、調査時は新学習指導要領移行措置期間だったため、現在の時間数を示した。