日本の展望―学術からの提言 2010

報告

数理科学分野の展望

平成２２年（２０１０年）４月５日

日　本　学　術　会　議

数理科学委員会

この報告は、日本学術会議数理科学委員会の審議結果を取りまとめ公表するものである。

日本学術会議 数理科学委員会

委員長	楠岡　成雄	（第三部会員）	東京大学大学院数理科学研究科教授
副委員長	柏原　正樹	（第三部会員）	京都大学数理解析研究所教授
幹　事	石井　志保子	（第三部会員）	東京工業大学大学院理工学研究科教授
幹　事	坪井　俊	（連携会員）	東京大学大学院数理科学研究科教授
	赤平　昌文	（連携会員）	筑波大学理事・副学長
	飯高　茂	（連携会員）	学習院大学理学部教授
	石井　仁司	（連携会員）	早稲田大学教育・総合科学学術院教授
	今泉　忠	（連携会員）	多摩大学教授
	岩崎　克則	（連携会員）	九州大学大学院数理学研究院教授
	岡本　和夫	（連携会員）	東京大学大学院数理科学研究科教授
	小澤　徹	（連携会員）	早稲田大学理工学術院先進理工学部教授
	小田　忠雄	（連携会員）	東北大学名誉教授
	河内　明夫	（連携会員）	大阪市立大学大学院理学研究科教授
	儀我　美一	（連携会員）	東京大学大学院数理科学研究科教授
	小磯　深幸	（連携会員）	奈良女子大学理学部教授
	小島　定吉	（連携会員）	東京工業大学教授
	小谷　元子	（連携会員）	東北大学大学院理学研究科教授
	小西　貞則	（連携会員）	九州大学大学院数理学研究院教授
	薩摩　順吉	（連携会員）	青山学院大学理工学部教授
	清水　静海	（連携会員）	帝京大学文学部准教授
	杉原　正顯	（連携会員）	東京大学大学院情報理工学系研究科教授
	竹村　彰通	（連携会員）	東京大学大学院情報理工学系研究科教授
	谷口　正信	（連携会員）	早稲田大学理工学術院教授
	田端　正久	（連携会員）	九州大学大学院数理学研究院教授
	長井　英生	（連携会員）	大阪大学大学院基礎工学研究科教授
	中尾　充宏	（連携会員）	九州大学大学院数理学研究院教授
	西田　吾郎	（連携会員）	京都大学大学院情報学研究科研究員・ＣＯＥ
	二宮　智子	（連携会員）	玉川大学経営学部教授
	深谷　賢治	（連携会員）	京都大学大学院理学研究科教授
	藤井　斉亮	（連携会員）	東京学芸大学教育学部教授
	松本　幸夫	（連携会員）	学習院大学理学部教授
	丸山　正樹	（連携会員）	同志社大学理工学部教授（平成21年4月まで）
	三井　斌友	（連携会員）	同志社大学理工学部教授

宮岡　洋一　（連携会員）　東京大学大学院数理科学研究科教授
宮岡　礼子　（連携会員）　東北大学大学院理学研究科教授
宮本　雅彦　（連携会員）　筑波大学大学院数理物質科学研究科教授
室田　一雄　（連携会員）　東京大学大学院情報理工学系研究科教授
森田　康夫　（連携会員）　東北大学教養教育院総長特命教授
八杉　満利子　（連携会員）　京都産業大学名誉教授
吉田　朋広　（連携会員）　東京大学大学院数理科学研究科教授

報告書および参考資料の作成にあたり、以下の方々に御協力いただきました。

新井　仁之　東京大学大学院数理科学研究科教授
津田　一郎　北海道大学電子科学研究所教授
西浦　廉政　北海道大学電子科学研究所教授

※　名簿の役職等は平成 22 年３月現在

要　　　　旨

１　作成の背景

数理科学、すなわち統計数学、数理工学などを含む広い意味での数学は、古くからある学問であり長い歴史を持つ。その成果の汎用性は極めて高く、特に情報技術が発達した現在、様々な分野で応用されており、数理科学は社会に対して大きく貢献してきた。数学は今日では諸科学を記述する基本言語となっており、初等中等高等教育においても基本的かつ重要な教科となっている。生命現象、新機能素材、環境問題、エネルギー、食料・水問題などの学際的研究や社会的問題解決のための研究に関しても、大規模データや複雑なシステムの取り扱いなどにおいて有効な方法を与えることが期待されている。このため数理科学の教育研究の成功が今後の日本における学術・科学技術の発展のために重要であり、数理科学に関して高い能力を持つ人材を供給することを社会から求められている。しかし、日本の数理科学発展のために克服されるべき課題は数多く存在する。課題の中には日本の学術や理工学全体に共通するものも少なくないが、数理科学固有の課題も存在する。

日本学術会議が「日本の展望―学術からの提言 2010」を作成するにあたり、数理科学委員会においても「数理科学分野の展望」を報告としてまとめ、数理科学の社会に果たす役割という視点から現状分析と展望、数理科学固有の最重要と思われる課題、数理科学教育における課題を示した。また、「日本の展望―学術からの提言 2010」の趣旨をふまえ、数理科学のいくつかの分野において、研究の現状やそれに立脚した学術的展望を例示的に示した。

２　現状および問題点

学術の発展は研究者の自由な発想と創造性がもたらす。数理科学においても知的好奇心・探求心が研究の原動力である。研究の動機には様々なものがあるが、数学の理論が創成されてから応用されるまで長い年月がかかることが一般的であり、応用に役立った数学の理論も、必ずしも応用を目的として作られたものではなく、純粋に概念の思考的追求の結果であったことも多い。このため、数理科学の研究の発展のためには、研究の多様性が確保されることが最も重要である。さらに、諸科学や産業技術分野の研究、学際的研究、社会的問題解決のための研究などに積極的に参加する数理科学研究者が増加することが必要である。

しかしながら、数理科学の若手研究者の層が薄くなっており、現在の状況では日本の数学研究の水準が大きく落ち込み、その結果学術研究全体の水準が落ち込む危険があることが諸方面から指摘されている。また、社会の需要が大きいにも関わらず、大学は社会の期待を満たすような人材を数理科学に関しては十分に供給できていない。さらに統計学に関しては研究者・専門家の養成を行う場が十分にない。

諸外国に比べ女性研究者の割合が極端に少なく、女性研究者の育成は急務である。しかし、就学上および就業上の大きな問題が存在している。大学において数学を含めた自然

科学を学ぶ女子学生の割合が、諸外国に比べ非常に少ない。日本では女性が数理科学を大学で専攻することに関して理解が十分でなく、適切でない進学指導が行われているとの指摘がある。また、世界共通の問題であるが、育児や家事などの家庭維持の負担が仕事としての数学研究・教育の継続を困難にしているという問題がある。

予算配分方式や研究業績の評価について、科学研究予算を重点的に少数のグループのみに配分することや業績を短期的な指標で評価するなどの現在の潮流が、数理科学に関しては、研究の発展をむしろ阻害する可能性がある。数理科学においては自由に思索をめぐらせることができる時間は大変重要であるが、日本では大学の研究者が負わされている研究以外の業務が大きいことも問題である。初等中等教育における算数・数学教育について様々な課題があるが、特に論理力の育成が十分にできていない。近年の急速な情報化の進展に伴い、様々なデータが容易に入手することができるようになり、統計教育が極めて重要となっているが、初等中等高等教育における統計教育は十分ではなく、時代の流れに対応できていない。

３　報告中の提言

本報告の中では政策に対する様々な提言が行われているが、その中から主たるものについて述べる。

１）　諸科学や産業技術分野の研究への数理科学研究者の積極的参加を計るため、数理科学の研究者が他分野の研究者と協力しやすい体制を作ることが望ましい。

２）　特別な予算措置により、研究を行うと同時に大学基礎教育に従事するという教員を、短期ではなく５年以上の任期付きで大学で雇い入れるということが可能であれば、大学基礎教育の維持と若手研究者育成に大きな助けになる。

３）　大学院における統計科学教育を充実させるとともに、統計学の専門家の養成を、数学専攻と密接に連絡がとれる場所で、より拡充して行うことが必要である。

４）　定職のない女性研究者の育児からの復帰を支援する、独立行政法人日本学術振興会の RPD（Restart Postdoctoral Fellowship）は我が国が誇れる制度である。さらなる拡充を期待する。

５）　数理科学分野においては多くの研究者に、そして多種多様な研究分野の研究者に、少額でも恒常的に使える予算を配分することも重要である。

６）　研究計画や研究成果の評価において、長期的な観点で研究を評価すること、研究計画の持つ可能性を評価すること、また、「論文引用数」や「インパクトファクター」などの指標を安易に用いないことなどが重要であり、それが可能となる制度設計が必要である。

7）　数学を学習する目的の一つは論理力の育成であり、結果（解答）を知ることよりも、結果に至る過程を重視し、物事を考え抜く人材を育成することが重要であり、現行の入試制度の再検討が必要である。

8）　統計教育においては、コンピュータなどを利用した教育が必要であり、学校教育の現場においても情報機器の活用がさらにはかられるべきである。

目　　次

１　はじめに

数学は古くからある学問であり長い歴史を持つ。17 世紀までの数学の発展は主に好奇心に基づく知的探求よりもたらされた。17 世紀にニュートンにより古典力学が誕生した際、それまでに蓄積された幾何学、微積分学の成果がその基礎に用いられたが、同時に物理学の発展が微積分学に新たな展開をもたらし、数学は急速に発展していった。以後、数学は物理学を記述する基本的な言語となった。19 世紀から 20 世紀にかけて自然科学・工学と数学は互いに影響を与えあいながら発展していった。また、経済学においてもあいまいな記述を排除するために数学が用いられるようになった。今日では数学は諸科学を記述する基本言語として用いられている。20 世紀後半に情報技術（IT）が急速に発展すると、科学・技術の諸分野において数学の新たな応用が現れた。また、数学の研究スタイルにも大きな変化がもたらされた。今日、数学を研究する動機は多様化し、研究対象も大きく広がっている。「数学」という言葉はしばしば狭い範囲の学術と解釈されるため、日本学術会議では第 20 期以後、統計数学、数理工学などを含む広い意味での数学(mathematics)を意味する分野名として「数理科学」という名称を用いている。

学術の発展は研究者の自由な発想と創造性がもたらす。数理科学においても知的好奇心・探求心が研究の原動力である。研究の動機には「単純な好奇心」から「社会の課題に応える」まで様々なものがある。数理科学の長い歴史を見れば、全く注目されなかった研究分野が理論の発展とともに重要な研究分野へと成長したり、応用を全く意識することなく何世代にもわたり研究が行われていた分野で突然大きな応用が見いだされたりすることがしばしば起こった。このため、数理科学の研究の発展のためには、研究の多様性が確保されることが最も重要である。数理科学においては、研究進捗の時間スケールは長く、研究の着想から完成まで長い年月が必要であることが多い。この特徴に配慮し研究者が能力を発揮できる研究環境が与えられることが重要である。

日本の数理科学発展のために克服されるべき課題は数多く存在する。課題には日本の学術や理工学全体に共通するものも少なくないが、数理科学固有の課題も存在する。そこでまず第２章前半で、数理科学の社会に果たす役割という視点から現状分析と展望を記し、数理科学固有の最重要と思われる課題に絞って述べる。数理科学は初等中等教育および大学の基礎教育において重要な教育科目である。数理科学教育の成功が今後の日本における学術・科学技術の発展のための必須条件であると言っても過言ではない。しかしながら、数理科学をはじめとする理科教育においても多くの課題が存在する。第２章後半では特に数学教育および統計教育における課題について述べる。第３章では、数理科学のいくつかの分野における研究現状に立脚した学術的展望を示す。ただし、20 年後に数理科学のどの分野の研究が盛んになっており、どのような応用が見いだされているかを予測することは困難であり、研究の方向性を示すことは、研究の多様性の確保の障害となる可能性すらある。あくまでも可能性の例示に過ぎないことをお断りしておく。

2　数理科学における展望と課題

(1)　数理科学の社会に果たす役割と展望

数理科学は、20世紀前半までは主に物理学を初めとする自然科学や経済学に様々な形で応用され、社会の発展に大きく貢献してきた。20世紀後半にはコンピュータが発達した結果、コンピューティング（計算）の新たな展開が現れ、応用分野は飛躍的に広がった。今日数理科学は、統計学、ORを含む工学、情報科学、計算科学、生命科学、脳科学、化学、物理学、ファイナンス、経済学、心理学などの様々な分野に寄与している。

数理科学を現実の事象の解析に応用する場合、① 解析しようとする事象の数理モデルを作り、② その事象における様々な概念や課題を数学的に定式化し、③ 定式化された数学的問題を解く、あるいは解析する、という手順を多く用いる。特に、経験や勘に基づき行っていた様々な作業・行為・判断を自動化・機械化する過程では、上記の手順で数学的に定式化するという方法が定着している。数学的問題を解く、あるいは解析する際にはコンピュータを用いることも少なくないが、その場合にもアルゴリズム設計、最適化、数値解析やランダム性といった別の数理科学の問題が発生する。

応用に用いられる数学の領域も、現在急速に広がりつつある。符号、暗号や擬似乱数への代数理論の応用や化学に対するトポロジーの応用などはその典型である。純然たる数学研究においてもその研究対象は事象のモデルから得られた数学的問題であることも多くなってきている。応用に対する必要性から新しい数理科学の理論や分野が生まれることも少なくない。新しい数学の発見を目指して応用研究に取り組んでいる研究者もいる。応用を意識した研究であるか否かということとは関係なく、数理科学の研究が進展すれば、より複雑な数理モデルや全く新しい数理モデルを事象の解析に用いることが可能となり、科学・技術が発展する。もはや、純粋数学・応用数学といった分類は今日の数理科学においては意味を無くしている。

今後20年間に、コンピューティングの可能性はさらなる大きな展開が見込まれる。それに従い、数理科学における研究の興味の対象は著しく広がり、手法も多様化してくると思われる。さらに、数理モデル化することの有用性が社会に浸透し、様々な分野との間を埋める応用研究が発展し、あるいは新たな応用分野が現れ、数理科学がこれまで以上に社会に貢献することは間違いない。どのようなブレイクスルーが現れるかを具体的に予見することは難しいが、現在、生命現象、新機能素材、環境問題、エネルギー、食料・水問題などの学際的研究や社会的問題解決のための研究が注目されている。これらの研究においては、従来の要素還元的な科学的方法や技術では解決できない問題が発生しており、特に、大規模データや複雑なシステムをどのように取り扱うかといった問題の解決が必要となる。これに対して、現象という実体からの離脱（抽象化）を果たし、複雑な構造の表現に数学の視座、すなわち核心という見方あるいは考える枠組みを与えるのは数理科学の役割であり、そうした貢献を期待する声が高まっている。特に、数学者は学際的な科学・技術研究の推進には欠かせない存在となるであろう。

実際、科学の発展のために、応用分野に対して高い数理科学能力を持つ人材を供給することが社会から求められている[1]、[2]、[3]。現状のままでは、諸科学や産業技術分野の研究においても数理科学研究者が積極的に参加している欧米、中国に大きく遅れを

取る可能性が高い。これらの期待や要請に応えるには、数理科学の研究の多様化を図るとともに、数理科学研究者の研究時間の十分な確保、数理科学研究者と他分野の研究者との協力、そして協力しやすい体制の構築が必要である。そして、数理科学の研究の多様性のためには特に、若手・女性研究者の育成や数理科学教育が重要であり、世界の動向と照らし合わせても、たいへん緊急性が高い課題である。

(2) 数理科学の研究のあり方

今後 20 年間において、科学の諸分野間で数理科学も含めた分野横断的なプロジェクト研究が増加するであろう。一方で、数理科学分野の研究者の大多数はこれまでと同じように基礎的な理論研究を行っていると考えられる。理論研究においては役割を細かく分担することは困難であり、一人一人が時間をかけてアイデアを検証する作業を行っていることが多いためであり、実際、数理科学の論文は単著が多いという事実がある。科学研究予算を国民への説明がしやすい少数のグループに重点的に配分することが今日行われているが、そのような予算配分方法は、研究の単位が個人もしくは少人数である数理科学においては研究の多様性を失わせ、むしろ予算の不効率な使用につながる。数理科学分野においては多くの研究者に、そして多種多様な研究分野の研究者に、少額でも恒常的に使える予算を配分することが発展につながる。将来が予見可能でない場合は投資先を分散することが最も効率的な方策であると考える。

短期的かつ確実に成果を生む分野にのみ予算を投入していては、研究の時間スケールの長い数理科学においては真のブレイクスルーは生まれない。研究計画や研究成果の評価において、長期的な観点で研究を評価すること、研究計画の持つ可能性を評価すること、そして十分な成果が得られなかった場合でも試みたことを評価することが、研究の多様性を生み、総体的に見て大きな成果につながる。そのようなことが可能となるような評価制度が必要である。

研究業績の評価は、しばしば「論文引用数」や「インパクトファクター」などの指標を用いて行われている。しかし、数理科学の論文は引用される期間が短期集中的ではなく相当長期にわたることが多く、また大定理であればあるほど一定期間を過ぎると周知の事実として扱われ、引用文献として掲載しない傾向がある。その結果、指標を誤用して研究業績や研究分野を比較すると、見当違いの判断に至るおそれがある[4]、[5]。指標を安易に用いることは、特に数理科学においては、研究の発展を阻害しかねない。長期的に見て評価が研究分野の発展に貢献したかを事後的に点検する制度を導入すべきである。

(3) 若手研究者の育成

日本の数理科学の研究者総数は諸外国に比べ少ないとされており[1]、[3]、我が国における若手研究者育成は急務である。これに関して 2008 年に学術会議より提言『数理科学における研究と若手養成の現状と課題』[6]および報告『数理統計学分野における統計科学教育：研究の今日的役割とその推進の必要性』[7]が出されている。これに基づき、若手研究者の育成について論じる。

①　大学外の社会で活躍する研究者の育成に関する現状と課題

数理科学の能力を持つ人材（広い意味での数理科学研究者）に対する社会の需要は大きいにも関わらず、現在の数理科学・数学専攻の大学院卒業生、特に学位取得者がその期待を満たすことができていない。社会からの数理科学への要請は高く、流体の数値シミュレーション、ゲノム解析、医薬学、金融工学、リスクマネジメント、CAD、CG、情報セキュリティ、LSI の設計など、高度な数理科学の能力を必要とする分野は多い。しかし欧米に比べて、日本では数理科学・数学などの高度な教育を受けたものが、これらの分野で活躍することがまだ少ない。理由としては、次の２つが考えられる。

1)　社会における数理科学専攻の出身者の受け入れ体制がまだ確立されておらず、漠然とした期待はあるものの、具体的な求人にはつながっていない。
2)　大学院での教育体制が十分に整備されておらず、結果として数理科学系専攻学生が卒業・修了後に社会で活躍する準備が不足している。また、高度の数理科学の素養をもった人材が大学（特に数理科学系）のみならず産業界などでその能力を生かして活躍できる仕組みを構築するとともに、そのような人材を育成できるよう大学での教育体制を整えていく必要がある。

②　大学等で活躍する研究者の育成に関する現状と課題

数理科学の若手研究者の層が薄くなっており、現在の状況では日本の研究の水準が大きく落ち込む危険があることが、諸方面から指摘されている。その一番の理由は、大学における数理科学の研究者数の減少である。

日本の数理科学の研究者人口比率は欧米などに比べて小さいが[3]、最近では研究者数がさらに減少しつつある。数理科学の研究者は、従来は一般教育における数学の講義を担当することが多かったが、大学基礎教育軽視の１つの現れとして、教員ポストを減らし非常勤教員で置き換えることが多くの大学で行われている。基礎科学の研究者のためのポストの減少は、多くの科学分野で起きている現象であるが、数理科学で特に著しく、その帰結として才能をもつ若手が研究者になることを断念することが増えている。また、研究者になった者でも、安定したポストに就けないために、 長期的な視野に立った研究ができないなどの問題が生じている。数理科学の研究者は、若いときから独立して研究を行う。そして 20 代などの若い時代から独創的な研究を始めることが多い。このため、若手研究者を取り巻く環境の悪化は、研究のレベルに致命的なダメージを与える。

現在の状況が続けば、日本の数理科学研究の水準、国際的地位が下がる、日本の大学が高度な数理科学の能力をもつ人材を社会に提供する能力を失う、大学基礎教育の水準が全国的に低下する、などの結果をもたらす可能性が高い。これを解決するための方策が「提言」[6]で述べられているが、基礎教育の水準のこれ以上の悪化を招かないためにも、何らかの方策を講じる必要がある。

また、期限付きポストに現在多くの若手研究者がついている状況では、若手研究者の待遇をより安定したものにする努力が必要である。すなわち、１－２年程度の短期間の期限付きポストではなく、自ら長期的な視野に立った研究計画を案出し、

その実行から一定の成果が上がるための期間、望ましくは５－10 年程度の期間を与える必要がある。特別な予算措置により、研究を行うと同時に大学基礎教育に従事するという教員を５年以上の任期付きで大学で雇い入れるということが可能であれば、大学基礎教育の維持と若手研究者育成に大きな助けになると考えられる。

③　統計学における若手研究者育成

近年、統計科学は諸科学において情報・データの数理的理解のための基盤としての重要性が認められ、学界、官庁、産業界、教育界において統計科学の専門的知識を持つ人材への需要が増えている。現在、統計学者の養成は、統計数理研究所を一つの中心として（総合研究大学院大学複合科学研究科統計科学専攻）行われており、それ以外では、数学専攻、経済学専攻、工学専攻などにまたがって行われている。いくつかの大学の数学専攻に統計学の専任教員がいるが、必ずしも多くない。アメリカ、カナダ、イギリスなどでは統計学科、数学・統計学科が多く存在し、最近では中国、韓国でも統計学科が増えている。我が国においても、統計学の専門家の養成を数学専攻と密接に連絡がとれる場所で、より拡充して行う必要がある。

(4)　女性研究者の育成

我が国においては数学者の中の女性の割合は極めて少ないのが現状である。日本数学会会員の中の女性の割合は５％、大学における数学教員の中の女性の割合は 2.6％である[8]。諸外国の例を見ると、大学における数学教員の中の女性の割合が最も多いのがフィリピンで 54％、主要国ではイタリアが 35％、スペインが 27％、フランスが 23％、イギリスが 18％、アメリカでは８％となっている。調査した 29 カ国中、日本は女性の割合が 28 位であった[8]。

多様な人材の活躍がその分野の活力を生むことを考えると、女性が極端に少ない組織は望ましい状態とはいえない。また本来数学に対する適性を持った女性が何らかの障害により排除されているとしたら、人材活用の面でも残念なことである。

問題点は２つ考えられる。就学上の問題と就業上の問題である。

①　就学上の問題

我が国では大学において数理科学を含めた自然科学を学ぶ女子学生の割合がそもそも少ないのが現状である（全分野では女子の割合は 40％であるが、理系では女子の割合は 25％[9]、数学ではさらに少なく７％）。欧米では理系の学生の半数が女子学生である（ドイツ 47％、イギリス 50％[9]。数学については発表されたデータはないが、聞き取り調査によるとやはり数学を学ぶ学生の中の女子学生の割合は半分である国が多い）。日本では「女子は数学に向かない」という思い込みが浸透していてそれが中学高校の女子生徒を理系科目から遠ざけているという現状がある［10]、[11]、[12]。また進学指導をする教師の側が数理科学系の大学を出た女性のキャリアパスに関する知識を十分もっていないため、女子生徒が理系科目で成果を上げることをあまり期待しないという指摘もある[10]、[11]。この問題に対処するため小中高校教育から、性差による偏見を排除する必要があるとともに教師の教育や、女

子生徒への積極的な働きかけが必要であると思われる。

② 就業上の問題

育児や家事などの家庭維持の負担が仕事としての数学研究・教育を続けにくくしているという問題は多くの国で共通してみられる現象である。またそれと平行して採用の段階でも、仕事に全力投球できる状況にある男性候補者を優先して採用する傾向があるというのも共通の現象である。これは数理科学の研究者に限らず、我が国では働く女性共通の問題である。安心して仕事を続けられるように育児や家事を受け持つ人を支援する社会制度は極めて重要である。また性別に関わらず自己の能力を最大限に発揮できる社会の実現は成熟した社会の重要な課題である。日本の社会全体における男女共同参画の推進活動に期待したい。

研究者特有の問題をあげると、女性研究者の場合は、ちょうど不安定な立場でありながら業績を上げなければいけないポストドクター（PD）の時期が結婚・出産の時期と重なっている。定職のない女性研究者の育児からの復帰を支援する、独立行政法人日本学術振興会の RPD（Restart Postdoctoral Fellowship）は他の国には例がなく、我が国が誇れる制度である。しかしこの制度で支援可能な女性研究者は限られており、他の支援方法を考えることも含め，さらなる拡充を期待したい。

イタリアには RPD のような制度はないが、数学の適性に関する性差による偏見がなく、女性が数学研究者として働きやすく、高いレベルの女性数学者が多く活躍しており、イタリアの数学界全体が活性化している。これは公立の保育園が充実しており、保育園外でも子供の面倒を見てくれる人を見つけやすく、また安価であるという社会状況もあるが、大学における研究者が、研究以外の仕事に拘束されることが少なく、やりくりで午後の早い時間に大学を出、自宅で仕事をすることができるということが大きい。これは男性数学者にとっても研究上望ましいことである。数理科学においては自由に思索をめぐらせることができる時間は大変重要なのである。日本は大学の研究者にとり研究以外の業務負担が大きいことも問題である。この負担の軽減は女性研究者のみならず、全ての研究者を支援することにもなろう。

最近は振興調整費などで、意識改革や女性研究者支援の体制が整備されつつある機関も見られるが、このサポートは女性研究者にとって使いやすいものでなければならない。また女性教員の増員の数値目標に関しては数理科学系の女子学生が少ない現状に鑑みながら、実現可能な目標を設定すべきであるとともに、初等中等教育に対する取り組みを地道に行って数理科学に興味を持つ女子生徒の底上げを図っていかなければならない。

(5) 初等中等教育における算数・数学教育について

日本では少子高齢化が急速に進行しており、少ない人的資源を有効に活用するため若者の能力を最大限に伸ばすことが強く求められている。しかし現実には、大学全入時代の到来により、若者の学力が急激に低下している。10 年後、20 年後の日本社会を考えると、数理科学においても早急な教育の立て直しが求められる。

以下、小学校、中学校、高等学校の各段階に分け、現状を分析する。

小学校で学ぶ算数は、次のような内容からなる。

1) 0と自然数、分数、小数と、数の範囲を拡げていきながら数の概念を深め、学んだ数の範囲の中で、加法および減法の意味や計算の仕方、乗法および除法の意味や計算の仕方を学ぶ。

2) 長さ、重さ、面積、体積などの量の概念を理解し、それらを数値化することなど、測定の意味について学ぶ。さらに面積や体積の公式の意味を理解し、計算で求めることを学ぶ。

3) 三角形、長方形、直方体、円などの基本的な平面図形および立体図形について、その概念と性質を学ぶ。

4) 数量関係を理解するため、関係を式・表・グラフなどを使って表すことを学ぶ。

これらは人間が社会で健全に生活するために必要になる概念であり、全ての人が理解する必要がある。小学校の算数教育は中学校・高等学校の数学教育に比べ順調に進行しているように思われるが、小学校教員の大半は大学では文系の学部の出身である。算数の面白さを教えたり、優れた理系の才能を持った児童の能力を伸ばしたりするなどの点で不十分な面がある。教職科目において算数・数学の学習のための単位を増やし、算数を担当する教員の能力を向上させ、質の高い教員を十分な数確保する必要がある。

中学校で学ぶ数学には、小学校で学んだ算数の理解を深める面と、科学を記述する言語としての数学の入り口という面がある。

1) 数と式については、小学校で学んだ分数や小数に続き、中学校では数の範囲を負の数や無理数に拡げ、文字式や一次式、二次式の性質を学ぶ。この部分は実生活で使うこともあるが、主として科学を学ぶための準備という面が強い。そのため、生徒が「なぜこのようなものを学ばなければならないのか」と学ぶ意義を見いだせず、数学嫌いの原因ともなっている。文字式の学習がより進んだ数学や科学を学ぶために必要であることを生徒に理解させる努力が必要である。

2) 図形については主として平面幾何の基礎を学ぶ。平面幾何では論証により真理を見つけ、それを確かめ、論理的な思考力を身につけることを目指す。しかし最近の傾向として、多くの生徒は計算はできるが、論理を使って演繹的に考えることを苦手としており、結果を出す過程が軽視され、論理的な思考力が落ちているように見える。

3) 関数については、一次式や簡単な二次式のグラフなどを学び、グラフが変化の様子を表すのに適していることや式の形によりグラフが特徴づけられることを知り、関数関係の概念への入門としている。しかし、文字式と同様に関数も生徒にとっては何のために学習するのかが見えにくく、ここでも指導の工夫が必要となっている。

4) 1995 年告示の学習指導要領では確率のみであった確率・統計の内容は、2008 年告示の学習指導要領では、資料の活用として位置づけられるようになった。ここでは、社会や理科などの学習や身の回りの事象を解決するために、様々な資料を整理・解析し、データ解析の仕方やその性質を考えることを学ぶ。これは統計学への入門という面もある。日本での統計教育は欧米の統計教育に比べ手薄となっている。

高等学校の数学は、科学を学ぶ手段としての数学を準備するという面が強い。現在高

等学校の数学教育の幹となっているのは「数学Ⅰ」、「数学Ⅱ」、「数学Ⅲ」からなる部分であり、多項式の計算やグラフについて学ぶとともに、三角関数や指数関数・対数関数などの初等関数を学び、さらに解析を使って幾何的な性質を調べることを学ぶ。これにより、大学において数学を使って力学などを調べる準備ができる。またこれらの数学は、理学や工学だけではなく、経済を始め様々な学問を学ぶ場合に必要となることが多い。2009 年告示の学習指導要領では、必履修の「数学Ⅰ」に、集合と論理、分散や標準偏差などデータ分析の内容も加わった。

高等学校数学の幹から出た枝としては、確率・統計の入り口となる場合の数や、線形代数やベクトル解析への入り口となるベクトルなどもある。しかし、この部分は殆どが選択単元となっており、確率の入門は学習するが、統計についてはごく初歩しか学習しない生徒が多いなどの問題もある。

最近の高校生はセンター試験の影響もあり、答えを導くことを急ぎ、結果に至る過程を軽視するという傾向が顕著になっている。数学を学習する目的の一つは論理的思考力の育成であることを考えると、早急に数学教育を立て直す努力が求められている。

社会を健全に保つためには、誰でもがチャレンジできる環境が重要であり、義務教育だけではなく、高等学校教育を含めて公教育を強力に振興する必要がある。

(6) 初等中等高等教育における統計教育について

統計の手法は、現在では文系・理系を問わず広い分野で応用されており、統計の教育に対する必要性は広く認識されている。特に近年の急速な情報化の進展に伴い、自然や社会の様々な現象に関するデータが幅広く蓄積されるとともに、それらのデータを容易に入手し分析することのできる環境が整ってきている。個人や集団の意思決定においても、データに基づいた客観性のある判断が求められている。特に社会環境が急激に変化し将来に対する不確実性が増している状況では、入手可能なデータに基づいて様々な将来の可能性に関する不確実性を評価した上で、適切な意思決定を行っていくことが重要である。確率・統計の素養はデータの解釈や不確実性の評価についての基本的な数学的技能であり、初等中等高等教育を通じた一貫した教育が求められている。

統計の手法は、データの数量的関係を把握するための手法であり、教科としての数学の一部であることがほとんどである。ただし、演繹的側面の強い他の数学の内容と異なり、統計は帰納的側面が強い点に注意が必要である。すなわち、統計では、与えられたデータに見出される数量的な関係から、一定の確からしさを持った結論を導く帰納的な思考が必要とされる。さらには、予想される結論（仮説）を支持するようなデータの収集も統計的な活動である。そして、データを収集し、得られたデータの解析によってさらに仮説を修正していく知識発見的なサイクルが重要である。このため、統計では、一意的な正答が演繹的な思考で求められることは少ない。統計の教育にあたっては、このような側面に留意して行う必要がある。そして、実りある統計の教育

のためには、教師の養成・再教育や教材の充実が急務である。このような再教育を担うためには、統計を専門とする研究者自身の養成も必要となる。

統計教育についてさらに検討すべき点は、必要とされる数学の前提知識の問題がある。例えば正規分布の密度関数を理解するには、指数関数や自然対数の底 e の知識が必要となる。現状では、大学の文系学部における統計の講義においても、このような基本的な前提知識を高校で学習していないことが問題となる。また、例えば片対数グラフや両対数グラフを用いることによりデータの理解が容易になる場合も多いことを考えれば、対数変換の知識なども必要な前提知識である。しかしながら、これらの関数の詳しい数学的性質までを前提知識として要求するものではない。関数の意味と基本的な性質、関数のグラフの概形、などが理解されていれば十分である。また、例えば中学のレベルで考えてみても、様々なデータの頻度分布(ヒストグラム)に親しんでいれば、確率密度関数の直観的な理解は可能であろう。このように、統計の教育においては、数学を道具として活用するという観点に立つことが重要である。

このような「道具としての数学の活用」という観点からは、コンピュータなどの情報機器の利用も避けて通れない課題である。平均や分散の計算やヒストグラムの描画などもコンピュータの使用を前提としなければ効率的な教育は望めない。また、コンピュータを用いれば、大きなデータからの標本抽出を通じて、統計的推測の確率的な側面も理解することができる。インターネットや携帯電話の普及率を考えれば、学校教育の現場においても情報機器の活用がはかられるべきであり、統計はその重要な題材の一つである。

以上のように統計教育においては、統計の帰納的側面に留意し、数学およびコンピュータを道具として活用するなかで、学生が数量的思考を実際の問題解決に応用する能力を身につけることを重要な目標とすべきである。

３　数理科学諸分野における学術的展望

第１章でも述べたが、20 年先の数理科学の各分野の展望を予測することは困難な面もある。可能性の例示ながら、数理科学の各分野の研究現状に立脚した学術的展望を示す。

(1)　数理論理学と数学基礎論

数理論理学とは単純化して言えば記号化された（形式的）論理体系の数理的な研究である。歴史的には後述の数学基礎論と密接な関係にあるものの、現代数理論理学は独自の展開を遂げており、従来の数理論理学および数学基論における発想に由来した様々な分野に発展している。すなわち、数学における論理構造の研究である証明論、再帰関数などの計算論、形式的体系の意味論であるモデル理論、数学を全般的に表現する公理的集合論などの伝統的な分野に加え、無限小を対象として認める超準解析、計算論からみた数学である計算可能数学（特に解析学)、などと多様化している。それら自体の発展とともに解析学、代数学、位相幾何学、力学系、物理学などへの応用も多い。そのような事情をかんがみれば、論理学や計算論は数学の基本知識として教えられるべきものである。日本においても優れた業績の上がっている分野があるにもかかわらず、日本の数学の世界では認知度は遅れている面がある。そのような状況の是正によって数理論理学を発展させていかなければならない。

数理論理学と情報科学との関連はときに語られてきたが、現在では情報科学者によってその目的のために必要な形で論理学に関する新しい概念や見方が開拓されており、数学者は情報科学から知識を取り入れて数理論理学を活性化していくべきであろう。

日本数学会の中には、歴史的経緯により、「数学基礎論および歴史」という分科会がある。「数学基礎論」の初期の成果はすでに数学史の一部であり、その意義は数学の歴史の流れの中ではじめて明らかになるものである。したがって、このような分科会の名称は妥当であろう。とはいえ、数学史は当然数学基礎論に限定されない。日本における数学史研究は現在個人的な努力によって多少続けられているが、学としての体制がとられていない。また、研究もきちんとした方法論のもとでなされているとは限らない。数学が文化の一貫であり数学者がそれを担っているとすれば、自分のしていることの背景・基盤を知っておくことは数学の今後の発展にとっても大事である。他方、歴史研究の難しさは、数学者としての能力、資料の発掘・解読、膨大な既存研究の読書などのための時間的、経済的なゆとり、方法論の開発までも含めた新しい発想を要することにある。海外では優れた数学史研究が出版されている。せめてそれらの正しい評価ができ、将来の研究につなげることのできる人材育成がとりあえず必要である。これは科学史研究者と連絡をとりつつ、数理科学分野で責任を負うべきものである。関連事項として、数学とは何か、という哲学的な考察も数学者の教養としては必要であろう。特に学問の転換点では広い底力のある教養が役にたつことは数学の発展史で実証されている。

(2)　代数幾何、複素解析幾何、数論幾何、可換環論等

多変数かつ高次数の連立代数方程式系の解空間の研究である代数幾何が、数論や解析

学から独立した分野として自立したのは 19 世紀中葉のことであったが、20 世紀に入ると、初頭の曲面論の発展、50 年代の厳密な基礎付けを経て、60 年代に至り爆発的な発展を遂げた。代数幾何の基礎付けに際して用いられた主要な手法は、可換環論と、複素解析・調和解析の二つであるが、我が国の数学者はこれら二つの方法の双方に対し、決定的貢献を行った。その結果、1960 年代以降現在まで、我が国には代数幾何・複素解析幾何・可換環論の研究者が輩出し、その多くは世界的リーダーとして活躍中である。また狭義の代数幾何のみにとどまらず、輝かしい伝統を誇る数論との境界領域である数論幾何や、抽象代数学との接点となる可換環論、微分幾何にまたがる複素多様体論においても、多数の世界的リーダーが育っている。これら諸分野において、我が国研究者の層は極めて厚く、特に京都や東京は世界屈指の国際研究センターとして、海外からも多くの研究者を引きつけている。

1950 年から 1970 年にかけては、フランスから全世界に広がった抽象化・一般化・代数化の流れが代数幾何を支配した。しかし 1970 年以後になると、個々の代数多様体の特質に着目したより具体的かつ幾何学的な理論への回帰が起こった。具体性・幾何学性への回帰運動において中心的役割を果たしたのが、我が国およびロシアで独立に創始された「高次元代数多様体の双有理幾何学」であって、我が国の貢献が最も著しいのはこの分野である。我が国の数学者たちの創案になる「小平次元を用いた統一的分類理論」、「極小モデル・プログラム」といった基本指針に沿って展開してきた高次元双有理幾何の研究は、21 世紀に入って見事な果実を結びつつあり、今後一層の発展が期待される。

1970 – 2000 年代における双有理幾何学の主流は、上述のように構造の分類や、具体的なモデルの構成といった研究であったけれども、21 世紀にはいると、多種多様な双有理幾何学的研究対象・現象に対し、導来圏の言葉で統一的記述を与えるという、新たな抽象化・代数化の構想が生じてきた。きっかけは、超弦理論（シンプレクティック多様体論と複素多様体論の間の対称性）とフーリエ・向井変換理論であって、いずれも我が国の数学者が深く関わった理論である。21 世紀の双有理幾何学は、具体化・幾何化への指向と抽象化・代数化への指向が弁証法的に絡み合って発展することになろうが、こうした潮流の中で我が国の研究者が引き続き重要な役割を果たしていくことは、まず間違いあるまい。

双有理幾何学のほかにも、代数幾何およびその関連領域において我が国の研究者の貢献が大きい分野を挙げると、ベクトル束理論・偏極多様体の射影幾何学・特異点理論・数論多様体のログ幾何学・パンルヴェ微分方程式論・可換環の tight closure 理論・複素多様体のケーラー計量理論・ツイスター空間論などがある。元来我が国で発展した分野である複素多様体上の大域解析の研究は、近年後継者に恵まれず、米国や中国における充実ぶりと比較すると、本格的復活が切に望まれる。将来発展が期待される未開拓の研究分野としては、代数多様体上の複素力学系・実代数幾何・トロピカル幾何・高次元佐々木多様体論などが挙げられよう。

代数幾何・複素解析幾何・数論幾何は、その抽象性のゆえに汎用性が高く、様々な分野の発展に貢献している。整数論への寄与は古典的であるが、過去 30 年間に生じた新

たな関係として、３次元カラービ・ヤウ多様体論と超弦理論、代数曲線論と符号・暗号理論、有理曲面論とパンルヴェ方程式論、トーリック幾何と組合せ論、などを挙げることができる。さらに目新しい応用への試みとしては、アーベル多様体論をロボット工学へ、高次元代数多様体論を人工知能の学習理論へ、といったものがある。また離散統計の変数を有限体上定義された代数多様体の有理点と見なすなどして、統計学に代数幾何や計算機幾何の手法を用いることができる。このような方法は「代数統計」と呼ばれ、遺伝子解析における仮説検定などにおいて、威力を発揮する。また代数統計のマルコフ基底と、可換環論の基本的道具であるグレーブナー基底との間には、非常に深い関連がある。代数統計は 2000 年頃に誕生したばかりの非常に若い分野であるが、以来急速に発展し独立した新分野として認知されるに至っている。

(3)　整数論

整数論は歴史の長い分野であり、例えば、各辺の比が　３：４：５の三角形が直角三角形となることは古代から知られていた。また、ギリシャ時代には素因数分解の一意性、素数が無限に存在することなどが証明されており、不定方程式の研究も行われている。

近代における整数論研究は 17 世紀に再開され、二元二次形式の研究は 18 世紀から 19 世紀にほぼ完成に至り、さらに 20 世紀には一般化され詳しく研究された。また、現在フェルマーの最終定理と呼ばれている予想は 17 世紀に提出されたが、その予想の証明のため 19 世紀に円分体の研究が行われ、そこから代数的整数論が生まれた。代数的整数論では、普通の整数ではなく代数的整数まで研究対象を広げたが、20 世紀後半にはさらに代数的多様体の整数論的性質まで研究対象を広げ、数論的幾何学が生まれた。18 世紀に無限級数を研究する中で発見されたゼータ関数や保型関数は、19 世紀に飛躍的に発展し、保型関数論や解析的整数論が生まれた。

20 世紀後半の整数論では岩澤理論が建設されたが、その主定理である岩澤予想は保型形式の理論を使って証明された。また、アーベル多様体に関するテイト予想は、1980 年代に一般化された形で証明された。さらに、フェルマーの最終定理は、問題を保型関数に関する志村・谷山予想に帰着し、数論幾何学を使って志村・谷山予想を研究することで証明された。いずれも、一見その問題には関係がないと見える広い範囲の整数論の手法を使うことで証明されたことは、注目に値する。

現在、整数論に関する重要な問題としては、ゼータ関数に関するリーマン予想や保型形式に関するラングランズ予想がある。このうちラングランズ予想は上記の志村・谷山予想を拡張したものと見なすことができ、最近多くの研究者が研究し、着実に進歩している。しかし、リーマン予想については、幾何学的な場合には 20 世紀後半に証明されているものの、本来の予想の証明は今の所解決のための道筋も見えないでいる。

上記のような重要な予想の証明以外では、20 世紀には保型形式や数論幾何学に関する研究が進み、それを使ってフェルマーの最終定理、テイト予想、岩澤の主予想などが証明された。そのような意味で、研究された時点ではどのように使われるか分らない理論が、予想外の応用を持つことが整数論ではよくある。その典型例が、通信の秘密を守る

ために使われている暗号で、ギリシャ以来長年多くの数学者が研究してきた素因数分解の難しさが、暗号の安全性につながっている。

(4) 群論、表現論

群の歴史は古く、 19世紀初頭のアーベルやガロアの時代から続いているが、昨今では、群そのものの研究だけではなく、群が作用している空間同士の相互作用を調べるという表現の研究も広く行われている。さらに、 19世紀後半のソフス・リーが始めた微分作用までも含めたリー群の考察を軸として、群の概念を拡張させたと言えるリー代数、ホップ代数、量子群、頂点代数などの新しい代数構造が発見され、数理物理などへの応用的な観点から、それらの表現の研究が著しく発展している。また、ある種の微分方程式、保型形式や超関数など、直接結びついていない領域との関連が偶然見いだされるなど、 20世紀前半において細分化されたと考えられていた数学全体を再び結びつける効果も生み出している。また、日本の研究を抜きにしては語れないほど、この分野への日本人研究者達の貢献度は高い。

強調すべき点は、これらの代数構造が、現在使われている分野への応用を目指して作り出されたものではないという事である。理論に隠されていた対称性に着目し、それを代数構造の形で実現するという、数学的な遊び心から発展したものが年月を経て大きな応用力を発揮しているのである。例えば、２つの作用 A、B を続ける順番は２通りあり、その差 $AB-BA$ がどのような性質を満たすかという素朴な疑問から、ヤコビ律を持つリー代数という概念が生まれ、リー群の曲面の接平面や物理の模型など、より多くの方面に応用され、強力な手段として認識されて来たのである。

歴史が示すように、他分野の問題を数学的に考察できる場合には、その問題の中に対称性が隠されている事が多い。中長期的に見て、数学主体の研究の進展は当然であるが、それ以外にも科学の発展に必須である数理科学の広範囲への応用に伴って新しい代数構造が発見され、その表現の研究も始まるであろう。これを加速させるために、自然科学者や代数以外の若い研究者にも、彼らの研究の中に存在する数学的対称性を意識してもらうことが重要であり、そのための環境を数学の教育機関で用意する必要がある。多くの数学の論文もそうだが、群や表現論について書かれた論文は、その分野の専門家以外の者が直接利用できるような形では書かれていない。対称性は、ある意味で目で見ることのできる数学であり、数学以外の分野にも理解できるように整備することが大切である。例えば、群の指標のような数値を求める理論に対しては、それを計算するプログラムの作成をしたり、また、群や代数系の作用を理解する為のソフト開発などを進めることも、表現論の分野に興味を持つ研究者に対して大きな援助を与える。

大規模な例として、群論におけるアトラス計画がある。英国を中心に５名の研究者が集まり 10 年以上の年月をかけて、多くの有限群の指標などのデータを一つの本として出版した。また、最近行われた同名の別計画では、 20 名近くの研究者が集まって特殊リー群の膨大な数のカジュダン・ルスティック多項式を決定している。この種の結果は、多くの利用者を生み出し、その分野への関心を引き出す効果が高い。それゆえ、計算機の進展に伴い、他分野の研究者も利用できる形での発表を目指す研究計画の重要性がさ

らに増すと思われる。

(5) 幾何学

大地を測ることを意味する幾何学(Geo-metry)は、実際に測量できない場所を人間の知恵で測量する試みから始まった最も古い数学の分野である。幾何学は人間の直観を概念化し、数学的な取り扱いを可能とする。発想の飛躍の背景には新しい空間概念の創出がある。19 世紀、曲面の曲がり方「曲率」を定義したガウスの構想はリーマンにより具体化され、空間とその曲がり方は「多様体」と「曲率テンソル」いう言葉で定式化された。この新しい空間概念がアインシュタインの相対性理論に用いられ、さらにまた宇宙の形を記述する道具として期待されているという現在の流れは、飛躍の典型的な例である。

幾何学の発展には、「曲率」を主軸にしていくつかの流れがあるが、現代微分幾何学の指導原理は局所構造と大域構造を結びつけることである。この流れにおける日本人の貢献は計り知れない。以下、いくつか例をあげる。

特性類の研究は、ゲージ理論・弦理論・ミラー対称性などの数理物理学の分野に多大な影響を与えた。グロモフ・ウィッテン不変量、ドナルドソン不変量などの不変量と微分構造の関係解明は幾何学における重要な課題である。世界のトップ拠点である WPI-IPMU（数物連携宇宙研究機構）では、こうした研究とともに、宇宙の構造解明にも関係する深谷圏の研究が数学者、物理学者協働で行われている。19 世紀後半に始まったリー群およびその表現論を用いた幾何学では、対称空間、剛性の理論などにおいて、日本人研究者の業績が目立っている。スペクトル幾何学は「太鼓の形を聞き分けられるか」という有名な問題に端を発しているが、この解決に最も大きく貢献したのも日本人研究者である。ここで力学系や数論のアイデアが応用されている事実は特記すべきことである。1970 年代後半に花開いた偏微分方程式を用いる幾何解析学は現代幾何の基本的道具だが、中でも山辺問題や極小曲面・調和写像理論における日本人の貢献は著しい。曲面論の一意化定理の高次元化問題に始まる アインシュタイン計量の存在に関する障害理論は、extremal ケーラー計量の障害理論や複素多様体のベクトル束の安定性にも関係し、日本の幾何学者を中心に活発に研究されている。

微分幾何学は従来滑らかな多様体の幾何学であったが、「曲率」の本質的な理解が進むなかで、距離空間族の極限として現れる特異性を持つ空間をも、幾何学の対象に取り込んだ。その背景には、日本人幾何学者も貢献した曲率のピンチング問題がある。100 年間にわたる懸案であったポアンカレ予想の解決には、リッチ流に関する Hamilton 理論に加えてこの空間族の極限における特異集合の解析が鍵となった。こうした崩壊理論を扱うことのできるグロモフ・ハウスドルフ位相は、離散群や無限グラフの「微分幾何学」をも可能にした。

一方、離散空間の幾何学は、連続な現象の近似と考えるのではなく、離散が本質であるという立場で魅力的な題材を多く含んでいる。特に、ミクロ構造にスケール概念をいれた新しい空間概念の構築には、局所データから大域幾何を取り出す純粋数学としての

好奇心と同時に、諸科学への応用が期待される。自然現象のミクロな構造は離散であり、その幾何構造がマクロな現象を規定する。ナノサイエンス技術でミクロ構造を制御できる今日、その中間サイズであるメゾスコピックな現象を扱う幾何学の創出は挑戦的課題であろう。

離散群に幾何構造をいれた幾何学的群論は急速に進展しているが、同様に生命科学・情報通信は大量な離散データから本質を抽出する空間概念を求めている。複雑な現象の理解に確率論が有効であることはよく知られているが、ランダムな現象に隠れた幾何構造を見いだす幾何と確率論の関わりはますます重要になる。数学の知見から提案されたK4 格子などの新物質構造の物性解明、コンピュータの発達に伴う可視化や大量の数値データに隠れた幾何構造の解明は、人類社会の課題解決に対する数学の貢献の一つの可能性として期待される。

(6) トポロジー

空間のトポロジー（位相幾何学）の研究は、20 世紀初頭には、空間上の現象の解明にとって重要であることが認識され、この 100 年間の数学研究の多くが、トポロジーと関わっている。この結果、トポロジーという語自体、ネットワーク社会のトポロジーというように日常使われるものとなっている。

トポロジーの主な研究対象は、理想化された空間である多様体、多様体間の写像、写像の特異点、それらの構造である。このような対象に対する研究は、多様体上の計量に基づく微分幾何的研究として続けられた一方、位相空間、ホモトピー群、ホモロジー群、ファイバー束、分類空間、K理論などの概念を確立するとともに、これらの概念を用いた位相幾何的手法を用いた研究として盛んに行われた。1960 年代には、球面と同相であるが微分同相とならない異種球面が発見され、「同相」と「微分同相」の違いが明確になり、また、「一般化されたポアンカレ予想」の肯定的証明により、高次元多様体の不変量の定義とそれによる分類理論が確立した。この成功は、数学の広い分野に影響を与えた。

1970 年代からは、３次元、４次元の多様体の位相幾何学への関心が高まった。結び目理論や埋め込まれた曲面を用いた３次元多様体の研究も、位相幾何学の源流の１つであるが、双曲幾何構造を利用して３次元多様体の位相を解明するというプログラムを契機として研究の様相が一変した。このプログラム自体、曲面に対するリーマンの写像定理をモデルとし、複素関数論、リーマン面のモジュライ理論の大きな前進をもたらすものであった。また、ホモロジー３球面の整数値不変量の発見以来、３次元多様体の不変量が続々と発見されたが、多くは有限型不変量の言葉で整理されるようになった。有限型不変量の理論の発展には、日本人数学者の貢献が非常に大きい。これらはフレアー・ホモロジー理論を通じてゲージ理論につながっている。位相幾何学へのゲージ理論の応用は、1980 年台初頭における４次元多様体への応用が最初である。これは、多様体上のファイバー束への切断に対する偏微分方程式の解を使って多様体を研究するものである。この SU(2) ゲージ理論は、それと等価と思われているサイバーグ・ウィッテン理論とと

もに４次元多様体の微分構造に対する深い研究を支える基本的な道具となっている。応用として、ある種の４次元多様体の２次元コホモロジー群の「11/8」予想に対する「5/4定理」が日本人研究者の手で得られた。微分幾何学においても、一つの多様体を固定するのではなく、多様体の崩壊理論にみられるような多様体全体の空間を対象とする「超大域的研究」が大きな流れとなっている。21 世紀初頭に得られた３次元多様体に対するポアンカレ予想を含む「幾何化予想」の解決は、多様体の微分幾何的形状をリッチ曲率という「動力」で自己発展させて、多様体全体の空間での挙動をしらべるという手法で得られた。

ゲージ理論、リーマンの写像定理、幾何化予想のように、空間に構造を与え、それを用いて空間を研究する方法は、数学の様々な分野の成果を用いるものであり、新しい幾何を創造し、様々な分野に応用されるものである。現在、世界的に研究が進展している空間上の構造の研究分野としては、さらに、シンプレクティク多様体の幾何、接触多様体の幾何、力学系理論、幾何学的群論、群作用の剛性と変形の理論、曲面の写像類群の研究などが挙げられる。これらは、結び目理論あるいは部分多様体の分類理論、空間および写像の特異点理論、空間上の様々なホモトピー理論に結びついている。このそれぞれの分野での日本人研究者の活躍は世界的に知られている。

結び目理論と他分野の関連については、近年、重要性が増している。結び目理論は、1980 年代までは数学の基礎理論としての研究が主であった。文部省（当時）の報告『平成９年度我が国の文教施策、未来を拓く学術研究』[13]において、「幾何学の結び目理論は、量子統計力学を中心とする理論物理学はもとより、遺伝子 DNA（デオキシリボ核酸）の結び目分類として生化学にも応用され」との表現で、研究の重要性、発展性が指摘されたように、1990 年頃から次第に、高分子やタンパクが直接目で確認できる技術革新を背景に、数学、物理、（生）化学に関わる研究として認識されるようになり、現在も世界規模で発展し続けている。がんの解明に必要な理論としても期待されている。数学の結び目理論では、日本人研究者の貢献は大きい。数学の結び目が他の多くの科学の研究対象になるというのは、異例の発展方向であり、数学の重要性に新たな要素を加えている。結び目理論は、空間感覚を育成する教材として有用であることも、指摘しておきたい。

(7)　函数方程式・力学系・可積分系・パンルヴェ系

古典力学の成立以来、微分方程式論は自然現象の記述において基本的な役割を果たしてきた。その初期段階では求積法が中心であったが、やがて、方程式の非線形性に由来する解軌道の複雑挙動の定性的解明という構想を通して「力学系」という分野を生んだ。

力学系の分野では、エルゴード理論や、位相力学系、可微分力学系、複素力学系などの分科が成立した。これらは、確率論、トポロジー、函数論、ポテンシャル論などとも密接に関連する。この分野のキーワードは「カオス」である。カオス研究の中心概念として、70 年代までに双曲力学系の理論が整備され、現在は非一様双曲力学系が中心的な課題として研究されている。我が国では、複素力学系、位相力学系の分類理論、エルゴ

ード理論、力学系と計算機などの領域において優れた研究者を擁し、高い水準の研究が行われている。これらの研究者は若い層が中心であり、その研究領域も新しく、今後 10 年程度の間にさらなる活動的な時期を迎えることが期待される。

カオスとは別の非線形現象に特有のモードとして「ソリトン」がある。ソリトンの発見とその数学的構造の解明を一つの契機として、「無限自由度の対称性によって支えられた無限自由度の空間」という構造が認識されてきた。その数理を共有する函数方程式のクラスを「無限」可積分系という。無限次元グラスマン多様体とタウ関数の理論、双線形形式の手法、可解模型と無限次元リー代数の表現論、量子群とその表現論、それらを函数方程式として支える超幾何系、ソリトン階層の有限次元還元としてのパンルヴェ系、モノドロミー保存変形の理論など、解析学にとどまらず、代数学、幾何学、表現論、数理物理学など、様々の分野を巻き込んで発展している。この分野は我が国で極めて盛んであり、我が国で創始された内容も多い。このことは、日本数学会における伝統的な 10 個の分科会とともに「無限可積分系」という名前を冠した特別セッションが置かれていることにも反映している。この傾向は今後も継承発展することが期待される。

上記と密接に係わる分野としてパンルヴェ方程式論がある。この分野は我が国がパイオニア的な役割を果たしてきたが、現在も、パンルヴェ系の可積分系的研究、代数幾何学的研究、特殊函数論、完全 WKB 解析、ネバンリンナ理論などの領域で大きな役割を果たしている。新しい方向性としては、パンルヴェ系の定性的力学系理論の展開が挙げられる。これについては、一部の方程式に対しては、リーマン・ヒルベルト対応や代数曲面上の双有理写像のエルゴード理論を用いて、そのカオス性が論じられているが、さらなる発展が望まれる。これとも関連するが、代数多様体上の複素力学系を展開することもおもしろい課題である。代数幾何学、複素解析幾何学、多重ポテンシャル論、微分エルゴード理論などの融合領域にあたり、主としてアメリカやフランスで発展中であるが、日本における振興が望まれる。 代数多様体という美しい空間の上に力学系を通じてフラクタル文様という異種の美しさをもつ絵を描くことは心惹かれることである。

(8) 関数解析と偏微分方程式

偏微分方程式は、数学や物理学の分野だけではなく、材料科学、生命科学をはじめとする自然科学や工学、社会科学に現れるいろいろな現象を記述し解析するものとして、様々な場面で用いられている。その解を既知関数で具体的に表現することは一般には困難である。個々の関数を関数空間の点とみなす、20 世紀前半の関数解析の登場により、それまで不明確であった「解の概念」が正確に捉えられるようになり、様々な方程式の解の性質を調べることが可能になってきた。今や関数解析は偏微分方程式を解析する上での礎となっている。

その後の発展は広汎になるので、ここでは我が国の貢献が大きかったテーマに絞って述べる。第２次世界大戦の直後から、我が国でも作用素の指数関数を構成する半群論を中心とした関数解析が大きく発展し、関数の時間変化を記述する、いわゆる発展方程式論が 1960 年代に進展した。ともすると具体的にある程度研究されている偏微分方程式

について、半群論を用いてより良い成果を導出するという傾向が強かったが、流体力学の基礎方程式であるナヴィエ･ストークス方程式への半群論の応用（1962 年）は、半群論を用いなければ得られない画期的成果であった。これにより抽象的半群論は具体的な偏微分方程式を研究していく上でも欠かせない手法になってきている。

一方、これとは別に波動現象を記述する線形偏微分方程式の理論が 1950 年代に構築され、エネルギー法や特異積分論が応用された。また微分方程式の解の表現として擬微分作用素論、フーリエ積分作用素論を生み、大きく発展した。これらの研究手法としては実解析、調和解析が主要であったが、それが可能になったのも、関数解析の進展により問題の枠組みが明確になった事によるといえる。

1970 年代になると、非線形偏微分方程式を解くことが関数解析の枠組みで次第に可能になってきた。例えば山辺の問題と呼ばれていた「等角な変形により『曲率』を定数に出来るか」という微分幾何学の問題は、半線形楕円型方程式の解の存在問題として記述されるが、数十年後に変分法、楕円型方程式論の進歩を背景に、最終的には 1990 年代に解決された。

また、場の古典論に現れる非線形波動方程式のように波動現象を扱う方程式や、生命科学や化学に現れる反応拡散現象を扱う非線形拡散方程式、最適制御理論や微分ゲーム理論に現れるハミルトン・ヤコビ方程式など、様々な応用分野につながる非線形偏微分方程式について、その解の性質に対する知見が大きく広がった。

偏微分方程式の解として、必ずしも微分出来ない関数を考える必要がある。このようなものを「解」と見なすためには適切な弱解の概念を定義しなければならない。1950 年代に組織的に研究された超関数を用いた弱解の概念は線形偏微分方程式論の進展に大きく寄与した。変分構造をもつ方程式に対しては、この考え方の延長線上に幾何学的測度論に根ざしたバリフィールド解の概念があり、今後自由境界問題の解析の発展に貢献すると考えられている。

一方、強い非線形性のある方程式の場合、２階までのものであれば最大値原理に基づいた粘性解の概念は滑らかではない解の概念として有力である。これは 1980 年代初頭に最適制御問題の（必ずしも微分できない）値関数を微分方程式の解として特徴付けるために導入されたものであるが、それ以前の半群論や非線形発展方程式論などの関数解析の発展がその基盤にあった。粘性解理論は 1990 年までには比較原理を中心にその基礎が確立した。例えばこの解の概念に基づいて、最適制御問題や微分ゲームの問題だけではなく、微分幾何、材料科学で有用な平均曲率流方程式の広義解の理論としての等高面法の理論的基礎が与えられた。また近年は弱 KAM 理論の導入により、ハミルトン・ヤコビ方程式と力学系の対応が明確になってきた。その他、正則性理論で様々な発展があり、今後も弱解の概念としてその役割が期待される。分野の創設期より、我が国の貢献は大きい。

波動現象を扱う非線形波動方程式の関数解析的研究が本格的に始まったのは 1960 年代初頭と考えられる。以来この分野は関数空間論、作用素の半群理論、補間空間論、調和解析学、実解析学をはじめとする解析学諸分野の発展と相互作用する形で目覚しい発

展を遂げた。特に 1990 年代からは、調和解析学的方法論が非線形相互作用の解析に本質的に導入され著しい成果をもたらした。我が国の研究グループによる貢献は世界の研究動向を先導するものがあり、この分野でアメリカ、フランスと並んで世界の中心の一つとなっている。研究者の層も次第に厚くなっている。

今後、変動する形や構造を記述する偏微分方程式の研究が一層重要になってくると考えられる。解析学は「変動」を扱うことを得意とし、そのために様々な手法、概念を構築してきている。関数解析を基盤に、幾何学的測度論、実解析、確率解析などを駆使してはじめて複雑な図形の変動を記述する偏微分方程式の解析が出来ることになるであろう。変動する図形として考えられる研究対象は、数学分野だけではなく諸分野にわたるものであり、学際的研究が待たれる。

なお、偏微分方程式の研究の発展の原動力は課題と手法の多様性にある。1950 年代から東京大学、京都大学以外に、大阪大学にも強力な学派があり、近年は北海道大学、早稲田大学、東北大学などでも盛んにトップレベルの研究が行われている。小規模大学でも高いレベルの研究が行われている。このように、我が国はこの分野で世界をリードしているが、他分野の問題・手法を速やかに取り入れるといった連携は十分ではない。例えば、他分野研究者との実質的な交流となると反応拡散方程式の研究の周辺が主で、欧米に比し層が薄い感がある。この点は改善を要する。特に、従来連携が不十分とされた工学系との本質的な交流が望まれるところである。情報やデータが多量に得られる現在では、離散モデルではなく、連続モデルがさらに重要になることが予想され、他分野との交流の重要性が増している。

(9) 数値解析

ニュートン、オイラー、ラグランジュ、ガウスなど、偉大な数学者の名が冠された数値計算アルゴリズムがあることから判るように、数値解析は長い歴史を持っている。しかし、その発展は計算機の誕生によるところが大きく、現在も、計算機の発展と相俟って、大規模問題、高精度を要する問題を解くためのアルゴリズムとその理論の開発が進んでいる。以下、数値解析のいくつかの分野について展望する。

基礎数値計算アルゴリズム（数値微分積分、線形計算、非線形方程式の数値解法）には膨大な蓄積があるが、注目すべきものとしては、関数近似では、高速フーリエ変換（FFT)、高速多重極展開（FMM)、ウェーブレット、スプライン、数値微分では、高速自動微分法、数値積分では、二重指数型数値積分法、超一様分布による多重積分法、線形方程式の数値解法では、クリロフ部分空間法、マルチグリッド法、固有値問題の数値解法では、QR 法、ヤコビ・デービッドソン法、非線形方程式の数値解法としては、パウエル法などがある。関数近似や数値微分積分の分野では、多次元の問題をどのように扱うかが大問題であり、線形計算や非線形方程式の数値解法の分野では、大規模問題をどのように扱うかが問題となっており、それらの問題を解決すべく、研究が進められている。

常微分方程式の数値解析の分野は、偏微分方程式のそれと密接に結びつきながら、しかし独自の発展を遂げてきた。差分法の考えに基づく方法が大勢を占めてきたが、その

他級数展開に基づく方法も有力である。常微分方程式によって定式化される問題が科学・技術の広い分野に渡るため、その数値解法も今述べたように様々に提起されてきたが、理論的な裏付けが系統的に行われ、これに基づく汎用ソフトウェアが普及するのは 20 世紀後半のことである。さらに、元来、力学系と深く関わるという視点から、例えばカオスの発生あるいは保存系・散逸系の解析と表裏一体をなして発展してきた経過もある。今後の研究の方向としては、数理科学の他の分野と交流しながら、例えば幾何学的な構造を数値解析を通じて見通す（幾何学的数値解法と称されることもある）展開、あるいは遅延項を含んだ遅延微分方程式などより広い関数微分方程式を対象とする挑戦、さらには確率微分方程式の数値解法への発展などが考えられる。

偏微分方程式の数値解析の分野においては、安定性、収束性、誤差評価が得られるような数値計算手法の開発と解析とその応用が主要課題である。それらの数値計算手法を使えば、理工学や産業界に現れる種々の現象を記述する偏微分方程式の数値シミュレーションで、信頼ある結果をもたらすことができる。偏微分方程式の汎用的数値解法としては差分法が早くから使われたが、問題の深化と解析の高度化により、変分法に基づく有限要素法が非線形偏微分方程式にも対応でき数学的正当化にも適した数値解法として認められ、今後も主要な方法であり続けると思われる。今日、偏微分方程式の解析の礎として関数解析が使われているように、有限要素法の解析では関数解析的手法が自然に取り入れられている。有限要素法は、幾何学的柔軟性と汎用プログラミングが可能な実用計算に適した特長も備えている。その数学的基礎理論は、いわゆる最小型変分原理から出発して、鞍点型変分原理に基づく混合法の定式化が確立され、有限要素法の適用範囲が格段に広げられた。構造力学や流体力学などで、有限要素スキームの開発と解析に日本人研究者の果たした役割も大きい。計算機の高速化、メモリの大容量化に伴い、より複雑な高精度計算が可能になると、計算機能力が低いときには鮮明でなかった計算結果の違いが、明確に現れるようになってきた。これに従い、より良い数値計算結果を得るための数値計算手法の開発が一層重要になってきている。そのためには、個々の分野で行われる数値シミュレーション法の開発には限界があり、数学的基礎知識に基づいた普遍的な観点から数値解法を確立することが必要である。

最後に、精度保証付き数値計算について論じる。「精度保証付き数値計算」とは、計算された近似値の精度を厳密に見積もって数値計算を行う数値計算法の総称であり、1980 年代から盛んに研究が行われている。精度を保証するにあたっては、解や真値からのずれを解析的に評価する手法と、数値的に計算することからくる計算誤差を評価する手法の２つが必要である。後者は、いわゆる区間解析技術とよばれるものであり、汎用的ライブラリも開発されている。前者に関しては、有限要素法の事前誤差評価（ただし、定数が計算可能な評価）などがこの範疇に入る。現在、線形方程式、固有値問題、常微分方程式に対するいくつかの精度保証付き解法が開発され、また、いくつかの偏微分方程式に関しても、解の存在を保証する精度保証付き解法が開発されており、今後の発展が期待される。なお、精度保証付き数値計算法は、数学の証明を側面から支援する役割も担っており、例えば、ローレンツ方程式に関連した力学系のストレンジアトラクター

の存在証明に使われている。精度保証付き数値計算法の発展により、今後、このような事例がますます増えると思われる。

すでに述べた計算機の飛躍的な発展の下で、現在、計算機を用いた数値シミュレーションがあらゆる分野で用いられ、その重要性が増してきている。したがって、数学的素養と計算機使用能力を兼ね備えた人材を広く育てることが必要である。しかし、数学科の現状では、そのための体系的な教育がなされていない。数理科学の教育そのものに計算機を取り入れ、時代に即した教育法を展開する必要があると考えられる。数学そのものの中に、理論による研究だけでなく、計算も取り込んだ研究が発展することを期待する。

(10) 最適化理論

最適化理論は、最適設計のための道具を提供することによって社会に直接的な貢献をすると同時に、応用数学として、それ独自の体系を形成してきた。モデリング（現実問題を数学の問題として定式化するための手法）、理論（最適化問題の数学的性質の解明）、アルゴリズム（計算手順の設計および解析）が最適化手法の３要素である。最適化の理論と応用における数理的な部分を、特に数理計画法(mathematical programming)と呼ぶことも多い。

数理計画法は、1947 年の線形計画法(linear programming)に始まる。コンピュータ（ハードウェア）とアルゴリズム（ソフトウェア）の進歩の結果、現実の大規模問題を解決できる段階に至っている。日本における数理計画法の研究は、1960 年前後頃からオペレーションズ・リサーチ学会を中心として活動が開始した。1988 年には国際数理計画シンポジウムが東京で開催され、これによって、国際的な認知を得た。海外と比較して、日本では数学科出身の最適化理論の研究者が少ない。日本が世界をリードしている分野を挙げるとすれば、連続最適化では線形計画から半正定値計画へと続く内点法の理論とソフトウェア、離散最適化ではネットワーク・マトロイド・劣モジュラ関数から離散凸解析へとつながる理論とアルゴリズムであろう。

今後に可能性のある最適化理論の展望としては、次の３つが挙げられる。

1) 実験計画法に端的に見られるように、従来は、モデルを想定した上でデータの取得が計画的に行われた。しかし最近では、POS(point of sales)データなどが自動的に収集され、インターネット上に情報が分散的に蓄積するなど、データの量的増加と質的変化が顕著であり、その結果として、最適化におけるデータとモデルの関係が変容している。データに駆動されたモデリング、不確実性を扱うモデリングなどが重要な課題となる。
2) 従来、製造業やサービス業など様々な産業で最適化技術が利用されてきたが、近年は、最適化の仕組みや計算が日常生活に浸透しつつある。例えば、インターネット・オークションはその典型例である。多数の主体がそれぞれの意思に従って行動したときに社会システムとして妥当な状況が実現できるような仕組みを設計することが重要である。ゲーム理論、最適化、計算機科学などの数理的な素養に加えて社会のあり方などに関する文系的素養を持った人材の育成が必要である。

3) 最適化の数理における連続と離散の関係は密接かつ本質的である。例えば、離散最適化の中心軸である多面体的組合せ論の手法は、離散を連続に埋め込むための手法であると解釈できる。また、モデリングにおいても、連続系と離散系の混在したハイブリッドシステムの扱いが課題である。従来は、連続最適化と離散最適化を貫く共通軸として計算量の観点が重要な役割を果たしてきたが、もっと直接的に、最適化における連続と離散の関係、あるいは解析的手法と代数的手法の関係を論じるべき時にある。

(11) 確率論、確率過程、確率解析

確率論は元来、応用に根ざした学問であり、他の数学の分野と異なった側面があったが、測度論による確率の公理化がなされて以来、他の数学諸分野と同じ組上に乗って議論が展開されるようになった。また、理想化されたランダムネスを持つ確率過程として、ブラウン運動の厳密な数学的定義が定式化されたことがその後の発展の基礎となった。そして、確率微分方程式の概念の導入と定式化、および微積分法則の整備により、確率過程の軌道を力学系として解析する手段を得、物理学や化学、生物学あるいは工学や経済学などの諸分野に現われるランダムな現象のモデルが確率微分方程式を用いて定式化され、解析されるようになった。特に、工学・経済学における、確率制御・フィルタリングの手法の発展や、ファイナンス理論における市場モデルの定式化とその解析において、それは基本的な解析手段となっている。一方、重要な概念であるマルチンゲールは、自然な確率過程の中のほとんどの場合に理論が適用可能であるという普遍性をもっている。確率積分の理論はマルチンゲールの言葉を用いてより普遍化した理論となり、その後の確率解析の発展に大きく貢献した。マルチンゲール理論はフランスとロシアを中心に進展し、ファイナンスにおける裁定理論の基礎となっている。

20 世紀後半、マルコフ過程の研究が解析学やポテンシャル論との関連で著しく進展し、影響する範囲は幾何学的または代数的構造をもつ空間やフラクタルという特異な空間上の確率過程の研究にまで及んだ。‘80 年代にはウィーナー空間上の解析学、マリアバン解析、が創始され、確率微分方程式の解の分布の滑らかな密度関数の存在などを偏微分方程式論に頼らず確率論的に示すことができるなど著しい進展があった。この分野においても日本人の貢献は大きい。ラフパス解析への発展とともに、計算ファイナンスからの動機付けによるさらなる発展という様相も示している。

確率論の真骨頂は極限定理に現れる。独立確率変数和の極限としての加法過程の研究は言うまでもなく、重複対数の法則、Arc sine 法則、０－１法則、ウィグナーの半円則など、具体的な確率法則は何らかの極限定理に関わるものといってもよい。極限定理の基礎である確率変数列に対する大数の法則、中心極限定理、大偏差原理とエルゴード性に関わる諸定理は、確率過程のレベルに拡張され、確率法則を考える基礎となり、特に重要な位置を占めている。中でも確率過程のレベルでの大偏差原理は確率論の内部にとどまらず、統計物理や工学などの広い分野に影響を与えている。また、統計物理における局所平衡状態の概念をキーワードとして進んだ流体力学極限の理論は新しいタイプの極限定理の発展という意味合いももち、非線形解析学とも関連しながら発展してい

る。統計物理に係る確率論の研究は、確率論本来の、応用に根ざした学問としての性格がよく表れ、最近の発展が著しい。

確率論は今後、上記の流れを中心に、数学自身、自然科学、社会科学、計算機科学などの様々な分野の問題から新たな発想を得て発展していくものと思われる。

(12) 統計学

統計学は多くの起源と応用を持つ学問であり、社会に関する定量的な情報としての統計は数百年の歴史を持つ。また確率論に基づく科学的方法論としての統計学は百年以上の歴史を持ち、20 世紀の前半には数理統計学の体系が整えられた。統計学の伝統的な応用分野としては、農事試験場での生産データや生体・医学データの解析などに基礎をおく生物統計学、心理・教育・社会に現れるデータの要因・因子分析や統計解析、経済分野に現れるデータの解析およびその現象を記述する計量モデル、自然科学・工学データの信号処理や予測・制御理論、などがあり、それらの基礎をなす数理統計学とともに、これらの分野で大きな発展が見られた。統計的方法は本質的に分野横断的であり、１つの分野の問題を解くために開発された方法は、その数学的性質が明らかにされるとともに、他の分野にも応用できる汎用的な方法として発展していく。このような、理論と応用の双方向的発展、多様な分野への広範な応用を基軸として展開する学問が統計学の特徴である。我が国からも、確率解析の基礎となっている伊藤解析、現象のモデル化に本質的な役割を果たした赤池情報量規準など、世界に冠たる業績が生まれ、自然科学、社会科学のあらゆる分野で応用されている。また、最適統計推測理論においても我国の研究者達によって大きな国際貢献がなされた。

さらにグローバル化時代にはいり、計算機システムの急速な発展と電子化された計測・測定技術の進歩に伴い、統計学の応用分野は大きく広がりつつある。諸科学、産業界のあらゆる分野で日々大量かつ多様なデータが獲得・蓄積され、データベースとして組織化されつつある。例えば、生命科学における遺伝子を特徴付けるデータ、現象過程や動作過程の連続的な計測・測定データなどの、極めて次元の高いデータが蓄積されており、これらの解析のための新たな統計手法が開発されている。さらに、複雑性と不確実性が大きく増大した社会の中で、金融、経済など社会科学の様々な分野で、リスクの定量的評価と予測の重要性が指摘されつつある。

これに伴い、不確実性を有する自然現象・社会現象の解明とその本質の探求のための新たな解析技術・ツールの開発と理論・方法論の研究の必要性が強く認識されるようになってきた。生命科学、情報技術、環境科学など社会が緊急に取り組まなければならない戦略的・挑戦的領域に挑む研究者、技術者に新たな数学的成果、数理的・統計的手法の提供が切に求められているといえる。このためには、計算機の利用を前提とした斬新な発想に基づく高度な数理の展開と統計科学および関連諸分野の知識融合と数学的成果の有効利用によって、複雑な構造を内包する現象の予測・制御、そして新たな知識発見のための基礎的な役割を担う統合的数理科学の研究に取り組む必要がある。

このように、統計科学に対する社会的要請と期待は大きいものの、我国の統計分野で

の研究・教育環境は必ずしも十分整備されているとは言えない。諸外国では、統計学専攻や統計学科も整備されており、体系的な統計科学の研究と教育が行われている。我が国においても、数学専攻と密接な連携を持ち、かつ、経済・金融・心理などの文系的学問と工学・情報・物理などの理系的学問を融合した形での統計科学の体系的な研究・教育体制の充実が求められている。

(13) 数理科学の諸科学への応用

これまで諸科学において、数理科学は記述のための「言葉」、あるいは解決のための「道具」として「見えない形」で広く多様に使われてきた。例えば惑星探査の人工衛星の燃料最小となる軌道の計算は、実は力学系の面白い応用例であるが、これも宇宙飛行士が話題となる昨今ようやく新聞をにぎわすようになり、知られることとなった。このような数理科学の役割は今後も広がり、数理科学の発展とともに新たな応用が見いだされることは間違いないであろう。

一方で昨今では、まず「もの」があり、それが原因となって結果が生じるという従来型スキームに対する科学的手法や技術では解決できない問題が、諸科学に数多く発生している。膨大なデータを集め、子細を詰める、あるいは徹底的に羅列するだけではどうしても解決できない問題も、各所で顕在化してきている。例えば生命現象、地球温暖化、自然災害、経済変動から人間心理、リスクマネジメントなど、いずれもその全体像や仕組みの解明は順調に進んでいるとは言い難い。これらの課題に共通するのは、関与する因子が膨大であり、単純な原因から結果を導くという枠組みでは理解が難しくなっていることである。

こうした複雑な問題が今日の科学の研究対象となりつつあるのは、もちろんこれまでの学術研究の蓄積の上にあることは論を待たない。しかし同時に、それは科学の進展の常である細分化と肥大化では解決できないものであり、現代科学の直面する大きな難問として立ちはだかっている。この難問に対し数理科学は、既存の枠組みではどのように理解すればよいか分からない研究対象に対しその核心を切り出す見方、あるいは考える際の枠組み・視点を提供できる。それはむしろ、大胆な抽象性がその持ち味である数理科学に課せられた使命とも言える。普遍性という数学の特性は、諸科学の複雑かつ錯綜した状況を整理し、従来の数理科学だけでなく、最新の数理科学理論、あるいは必要ならば新しい数理科学理論を創り、それらを駆使してそこに新たな理論体系を独自に構築する可能性を秘めている。

具体的には、例えば次のような分野で数理科学との連携が始まり、成果も上がりつつある。環境問題の数理モデル、金融問題、医療、脳科学における数理モデル、デジタル・アナログハイブリッド系のダイナミクス、分子生物学、少数分子の力学系、暗号理論、ウェーブレットの諸分野への応用など。こうした諸科学からのニーズを反映して、独立行政法人科学技術振興機構は平成 19 年度より戦略的創造研究推進事業の一課題として「社会的ニーズの高い課題の解決に向けた数理科学研究によるブレークスルーの探索（幅広い科学・技術の研究分野との協働を軸として）」を開始している。これにより諸

科学とのインターフェイスの役割を担う人材が育つことが期待される。しかしながら諸外国に比して、数理科学的視点からの上記諸問題の解決に向けての教育・研究環境の長期的整備は極めて不十分である。今後我が国においても、すでに応用研究に力を入れている欧米の世界最先端諸国と同様に、数理科学研究者は学際的な科学・技術研究の推進に欠かせない存在という認識が広まることが期待される。

<参考文献>

[1] 細坪護挙、伊藤祐子、桑原輝隆、『忘れられた科学 - 数学』、文部科学省 科学技術政策研究所科学技術動向研究センター Policy Study No.12、2006 年５月
http://www.nistep.go.jp/achiev/results01.html

[2] 文部科学省委託業務「イノベーション創出のための数学研究の振興に関する調査」報告書、北海道大学、2008 年３月 31 日

[3] 文部科学省 科学技術政策研究所 編著『数学イノベーション』、工業調査会 2007 年

[4] "Citation Statistics" 国際数学連合（IMU))・応用数理国際評議会（ICIAM)・数理統計学会（IMS）レポート、2008 年 11 月６日
http://www.mathunion.org/fileadmin/IMU?Report/CitationStatistics.pdf
レポートの和訳：日本数学会 HP 内 http://mathsoc.jp/IMU（「IMU からの情報ページ」）

[5] 小田忠雄「インパクトファクター誤用」、学術の動向 2009 年１月号 62-64

[6] 日本学術会議、数理科学委員会 数理科学振興策検討分科会、提言『数理科学における研究と若手養成の現状と課題』、2008 年８月 28 日

[7] 日本学術会議、数理科学委員会 数理統計学分科会、報告『数理統計学分野における統計科学教育：研究の今日的役割とその推進の必要性』、2008 年８月 28 日

[8] 日本数学会男女共同参画社会推進委員会、「外国における女性数学者の活躍ぶりについて」、日本数学会会誌「数学通信」、第 11 巻 第３号 43-49 、2006 年 11 月

[9] 文部科学省『平成 18 年版　科学技術白書、未来社会に向けた挑戦　少子高齢社会における科学技術の役割』、2006 年 6 月

[10] 文部省科学研究費研究『学校教育におけるジェンダーバイアスに関する研究』、研究代表者　村松泰子（科研費課題番号 11410043）研究期間　1999 年度－2001 年度
http://kaken.nii.ac.jp/ja/p/11410043

[11] 河野銀子、池上徹、藤原千賀、高橋道子、中沢智恵著、村松泰子編『理科離れしているのは誰か―全国中学生調査のジェンダー分析』、日本評論社、2004 年 10 月

[12] 天野正子他編『ジェンダーと教育、新編日本のフェミニズム８』、岩波書店、2009 年 1 月

[13] 文部省編『平成９年度我が国の文教施策、未来を拓く学術研究』、1998 年 12 月