

#### 4 学習方法及び学習成果の評価方法に関する基本的な考え方

##### (1) 学習方法

数理科学は科学のインフラである。したがって、それぞれの科学に依じた数理科学の知識を用途に依じた形で学習することが必要になる。しかし、共通する学習の根幹は、基本的知識、専門知識の獲得と応力の育成、及び論理的思考力の涵養である。

基本的知識の獲得は、主に講義を通して行われる。その知識が確実なものとなり応力を発揮できるようにするためには、演習が活用される。専門的知識の獲得は、講義によってもなされるが、ここでは小人数で行われるセミナーが重要な役割を果たす。講義、演習、セミナーの3者が有機的に結びつくことによって、論理的思考力が育まれる。実際、論理的思考力は、数理科学を学習していく過程において、自然にはぐくまれるのであって、その涵養だけを目指した講義や演習、セミナーというものは考えられない。ここで、特に強調しておきたいのは小人数制のセミナーの重要性である。講義では表面的な知識の教授になりがらであるが、小人数セミナーにおいて、学生に十分な準備をさせて発表させることは、深い知識の定着につながり、論理的思考力を育むために大きな効果がある。また、セミナーは、学生の自主性を目覚めさせ、独創力を育てる教育の源になっている。

##### ① さまざまな学習形態

数理科学の学習・教育の形態には、講義、演習、セミナー、個別の学習支援、論文作成などがある。とくに、講義、演習、小人数制セミナーは数理科学の教育の3本柱をなす。それらが、有機的に結びつくことによって大きな学習成果として結実する。数学は、講義に出席するだけで理解できるケースは極めてまれであり、自主的な予習・復習が不可欠である。また、演習問題を自力で考えてみることによって講義の本質が明確になることも多い。教育方法においても、そのような自主的な学習を促す環境を作り出す必要がある。

##### ア 講義

講義は大学の教育方法の基本である。次世代を担う人材に教員が語りかけ、学生は通常、重要な事柄のノートを取って学習する。基礎的知識については、懇切丁寧な講義が効果的であろうが、専門的な知識については、そのような講義だけでなく、カリスマ性のある魅力的講義はむしろ、まだ未解決の問題に対する茫漠とした講義でも、感銘を受けて自発的な研究を促すような効果があれば、たとえ理解し得た受講者が少数でも、名講義といってもよいであろう。講義を受けた学生は、講義ノートを詳細に見直すことによって、知識を確実なものにし、理解を深めておく必要がある。講義は、教員の人格の結晶であり、それを受ける学生との呼吸如何では、絶大な教育効果が期待できる。

##### イ 演習

数理科学の学習において、講義の理解を深めるために演習が欠かせない。特に、基礎的な知識においてはしかりである。基礎的科目においては、学生の力量を最大限に引き出せるような問題を精選し、自分の力でまずは解いてみるようにしむけるべきである。演習の授業では、問題の本質はどこにあるのかを浮き彫りにすることによって、

対象の本質的な理解に迫らせることが出来る。学生はあらかじめ問題を解いてみることによって思考力を高め、また、自力で解けなかった問題については、演習のあとで解答のポイントを見直すことによって問題の本質を見抜く力を養成することが必要である。講義とそれに対する演習の繰り返しで、学生を次第に高いレベルへと導くのである。

#### エ セミナー

セミナーは通常、小人数で行われる。学生が、出来上がった理論を解説した書籍をテキストとして、その内容を事前に解読し、セミナーの場において説明するというスタイルが一般的である。さらに進んで、最先端の数学の論文を解読して、発表する場合もある。ある程度基礎ができた段階での小人数セミナーは、数理学の分野においては、教育効果が大変大きい。専門的知識の習得ばかりではなく、独創性の育成や論理的思考力の涵養にも有効である。学生は、自分が発表する番のときは聴衆にわかりやすく解説する気持ちで話すことが必要である。わかりやすく話せるようになるまで準備することによって本人の理解が高まり、知識が確実なものになっていくのである。

#### オ 自主セミナー

授業の一環として、あるいは学生の自発的な活動として、学生が何人か集まって行う輪読会である。ふつうのセミナーとの違いは、教員は事前あるいは事後に文献を指導したり質問に答えたりするだけで、セミナーそのものには参加しない。このような自主的な学生の勉強会は、授業の一環として公認されたものであれ、学生が自発的に行うプライベートなものであれ、自主性や独創性を養成し、数学力を高めるために効果がある。

#### カ 個別の学習支援

教員自身、あるいはティーチングアシスタントによって行われる学生のケアである。学生の補修として活用されるわけであるが、落ちこぼれそうな学生にとってその救いとなるだけでなく、優秀な学生にとっても、未知の世界への水先案内として役立つ可能性がある。オフィスアワーや演習の時間を用いることによって行うのが標準的である。

#### キ 論文作成

理学部数学科では通常、卒業論文は課さない。学部レベルでは、最先端の数学はまだ遙か彼方であり、学部レベルで卒業論文を作成させて時間を使うより、少しでも最先端に近づく方が、学習能率がよいからである。しかし、大学院に進学しない学生の場合や、コンピュータを用いて結果を出すような領域では必要に応じて論文を書かせることは、学習の集大成としての効果が期待できる。

### ② 教養課程の数学の学習

教養課程の数学は、将来、数学を本質的に用いる分野に進む学生にとっては、専門基礎であり、そうでない学生にとっては、数理的な感覚を身につけ論理的思考力を涵養する機会となる。

#### ア 専門基礎としての教養課程の数学

ここで学ぶ内容は微分積分学と線形代数である。どちらも、これから学ぶ専門科目の基礎となるものであるから、基礎的知識として修得するだけでなく、使いこなせるようになる必要がある。教育方法は、講義とそれに付随した演習である。微分積分

学も線形代数も基礎として学ばなければならない題材は大体決まっているから、その内容に即したシラバスを各大学の状況に合わせて作成し、教授することが合理的であろう。この段階での数学は、訓練という側面を有しているので、講義を聴いていて面白いというだけではすまない面がある。予習・復習を行わせるとともに、演習で実際に問題を解かせることによって、自由自在に使いこなせるよう体得させることが必要である。

将来の専門分野によっては、統計学の学習が重要になる分野もある。この段階での統計学の学習は、データに基づく現実に関したもののまでは期待できないが、統計学とはどのようなもので、どのような体系を有しているかという、理論の核心を理解しておくことは、その後の学習に有益であろう。

#### イ 数理的感覚育成の教養課程の数学

将来、数学を本質的には用いることがないであろう分野の学生にとっては、教養課程における数学の学習は、本格的に数学を学ぶ最後の機会と言ってもよいであろう。題材は、微分積分学、線形代数、組み合わせ論、統計学などが考えられる。教育方法は、講義によるものが中心となるが、その中で演習を混ぜながら、数学の理論の構築法を学習し、数理的な感覚を身につけることになる。身に付いた知識と感覚は、潜在的な能力として、大事な判断の場面で有効に働くであろう。

### ③ 専門課程の数学の学習

#### ア 数理科学を専門とする学生の教育

大学教養課程までの数学は、知るべき知識をすべて修得して先に進む。いわば渡るべきところは水たまりで、そのすべてを埋めて渡ることが可能である。しかし、現在の最先端の数学は膨大なものであり、数理科学を専攻する学生が、そのすべてを学習してから研究を行うというわけにはいかない。世界のどのように優秀な研究者でも、築き上げられた数学理論の1/10を修得している人は存在しないであろう。いわば、渡るべきところは、太平洋のような巨大な海で、そのすべてを埋めてからアメリカ大陸に渡るというわけにはいかないのである。そこで、太平洋のところどころに島を作って、島伝いに飛んで太平洋を渡る。つくられた島の周辺は経済水域で、知識としては確実なものではないが、考えれば(たぶん)解決できる自分の領域内にある世界である。例えてみるならば、このような要領で学習せざるを得ない。ここで大切なのは、自分の島に対応する確実な知識を獲得することである。そのためには、その分野の講義での知識獲得と、小人数セミナーによる知識の定着が必要で、これによって論理的思考力と独創性が育まれる。

#### イ 数理科学を利用する学生の教育

数学を道具として使うのであるから、理論的根拠を深く追求するより、数学の使用法に重点を置いた教育がふさわしい。講義で知識を授け、演習によって自由に使いこなせるように教育するのである。関数論、代数学、リーマン幾何、関数解析、グラフ理論、整数論、確率論、統計理論など、専門によって必要な知識は異なるであろうが、自分に必要な知識を講義と演習で学習し、それぞれの分野で数理科学の力を発揮することが第一である。

### (2) 評価方法

教養課程における基礎数学、及び専門課程における基礎学力の達成度を計るには、ペーパーテストによる評価方法がもっとも適切なものである。このレベルの学習は、訓練という側面が強く、訓練によってどのくらいのレベルまで達成したかを試験によって測定し、客観的な状況を把握するとともに、学生本人にも達成度の明確な数値を知らせることは、自分のおかれている水準を自己評価できて有益であろう。数学科におけるそれ以上専門性の高い講義については、必ずしもペーパーテストが適当であるとは限らない。講義内容の隅々まで訓練するという性質のものではなく、詳細はともかく数学の分野の全体像をつかむのが主眼になる場合も多いからである。この場合は、レポートによって、全体像を把握できているかどうかをチェックすることが適当な評価方法となる。演習では、問題の解き具合、熱心さ、演習への参加意欲などを総合して評価がなされる。セミナーについては、準備状況、発表状況、発表時における質問への受け答えなどを総合して、含否が判定される。セミナーの基本は、セミナーのメンバー全員が出席することであるから、セミナーに欠席することは論外であり、大きなマイナス点になる。公認された自主セミナーについては、事後の面接による口頭試問で採点するのが適当であろう。

#### 4 学習方法及び学習成果の評価方法に関する基本的な考え方

##### (1) 学習方法

数理科学は科学のインフラである。数学応用ということを考えれば、学習しなければならない領域は広範にわたる。しかし、共通する学習の根幹は、数理科学の基本的知識ならびに専門知識の獲得と応用力の育成、及び論理的思考力の涵養である。

基本的知識の獲得は、主に講義を通して行われる。その知識が確実なものとなり応用力を発揮できるようにするためには、演習が活用される。専門的知識の獲得は、講義によってもなされるが、ここでは小人数で行われるセミナーが重要な役割を果たす。講義、演習、セミナーの3者が有機的に結びつくことによって、論理的思考力が育まれる。実際、論理的思考力は、数理科学を学習していく過程において、自然にはぐくまれるのであって、その涵養だけを目指した講義や演習、セミナーというものは考えられない。ここで、特に強調しておきたいのは数理科学の学習における小人数制のセミナーの重要性である。講義では表面的な知識の教授になりがらであるが、小人数セミナーにおいて、学生に十分な準備をさせて発表させることは、深い知識の定着につながり、論理的思考力を育むために大きな効果がある。また、セミナーは、学生の自主性を目覚めさせ、独創力を育てる教育の源になっている。

##### ① さまざまな学習形態

数理科学の学習・教育の形態には、講義、演習、セミナー、個別の学習支援、論文作成などがある。とくに、講義、演習、小人数制セミナーは数理科学の教育の3本柱をなす。それらが、有機的に結びつくことによって大きな学習成果として結実する。数学は、講義に出席するだけで理解できるケースは極めてまれであり、自主的な予習・復習が不可欠である。また、演習問題を自力で考えてみることによって講義の本質が明確になることも多い。教育方法においても、そのような自主的な学習を促す環境を作り出す必要がある。

##### ア 講義

講義は大学の教育方法の基本である。次世代を担う人材に教員が語りかけ、学生は通常、重要な事柄のノートを取って学習する。基礎的知識については、懇切丁寧な講義が効果的であろうが、専門的な知識については、そのような講義だけでなく、カリスマ性のある魅力的講義はむしろ、まだ未解決の問題に対する茫漠とした講義でも、感銘を受けて自発的な研究を促すような効果があれば、たとえ理解し得た受講者が少数でも、名講義といってもよいであろう。講義を受けた学生は、講義ノートを詳細に見直すことによって、知識を確実なものにし、理解を深めておく必要がある。講義は、教員の人格の結晶であり、それを受ける学生との呼吸如何では、絶大な教育効果が期待できる。

##### イ 演習

数理科学の学習において、講義の理解を深めるために演習が欠かせない。特に、基礎的な知識においてはしかりである。基礎的科目においては、学生の力量を最大限に引き出せるような問題を精選し、自分の力でまずは解いてみるようにしむけるべきである。演習の授業では、問題の本質はどこにあるのかを浮き彫りにすることによって、

対象の本質的な理解に迫らせることが出来る。学生はあらかじめ問題を解いてみることによって思考力を高め、また、自力で解けなかった問題については、演習のあとで解答のポイントを見直すことによって問題の本質を見抜く力を養成することが必要である。講義とそれに対する演習の繰り返しで、学生を次第に高いレベルへと導くのである。

#### エ セミナー

セミナーは通常、小人数で行われる。学生が、出来上がった理論を解説した書籍をテキストとして、その内容を事前に解読し、セミナーの場において説明するというスタイルが一般的である。さらに進んで、最先端の数学の論文を解読して、発表する場合もある。ある程度基礎ができた段階での小人数セミナーは、数理学の分野においては、教育効果が大変大きい。専門的知識の習得ばかりではなく、独創性の育成や論理的思考力の涵養にも有効である。学生は、自分が発表する番のときは聴衆にわかりやすく解説する気持ちで話すことが必要である。わかりやすく話せるようになるまで準備することによって本人の理解が高まり、知識が確実なものになっていくのである。

#### オ 自主セミナー

授業の一環として、あるいは学生の自発的な活動として、学生が何人か集まって行う輪読会である。ふつうのセミナーとの違いは、教員は事前あるいは事後に文献を指導したり質問に答えたりするだけで、セミナーそのものには参加しない。このような自主的な学生の勉強会は、授業の一環として公認されたものであれ、学生が自発的に行うプライベートなものであれ、自主性や独創性を養成し、数学力を高めるために効果がある。

#### カ 個別の学習支援

教員自身、あるいはティーチングアシスタントによって行われる学生のケアである。学生の補修として活用されるわけであるが、落ちこぼれそうな学生にとってその救いとなるだけでなく、優秀な学生にとっても、未知の世界への水先案内として役立つ可能性がある。オフィスアワーや演習の時間を用いることによって行うのが標準的である。

#### キ 論文作成

理学部数学科では通常、卒業論文は課さない。学部レベルでは、最先端の数学はまだ遙か彼方であり、学部レベルで卒業論文を作成させて時間を使うより、少しでも最先端に近づく方が、学習能率がよいからである。しかし、大学院に進学しない学生の場合や、コンピュータを用いて結果を出すような領域では必要に応じて論文を書かせることは、学習の集大成としての効果が期待できる。

## ② 教養課程の数学の学習

教養課程の数学は、数理学関係の学科に進学する学生にとっては、専門基礎である。ここで学ぶ主な内容は微分積分学と線形代数である。どちらも、これから学ぶ専門科目の基礎となるものであるから、基礎的知識として修得するだけでなく、使いこなせるようになる必要がある。教育方法は、講義とそれに付随した演習である。微分積分学も線形代数も基礎として学ばなければならない題材は大体決まっているから、その内容に即したシラバスを各大学の状況に合わせて作成し、教授することが含

理的であろう。この段階での数学は、訓練という側面を有しているので、講義を聴いていて面白いというだけではすまない面がある。予習・復習を行わせるとともに、演習で実際に問題を解かせることによって、自由自在に使いこなせるよう体得させることが必要である。

将来の専門分野によっては、統計学の学習が重要になる分野もある。この段階での統計学の学習は、データに基づく現実在即したもののまでは期待できないが、統計学とはどのようなもので、どのような体系を有しているかという、理論の核心を理解しておくことは、その後の学習に有益であろう。

### ③ 専門課程の数学の学習

大学教養課程までの数学は、知るべき知識をすべて修得してから先に進む。いわば渡るべきところは水たまりで、そのすべてを埋めてから渡ることが可能である。しかし、現在の最先端の数学は膨大なものであり、数理科学を専攻する学生が、そのすべてを学習してから研究を行うというわけにはいかない。世界のどのように優秀な研究者でも、築き上げられた数学理論の1/10を修得している人は存在しないであろう。いわば、渡るべきところは、太平洋のような巨大な海で、そのすべてを埋めてからアメリカ大陸に渡るというわけにはいかないのである。そこで、太平洋の要所要所に島を作って、島伝いに飛んで太平洋を渡る。つくられた島の周辺は経済水域で、知識としては確実なものではないが、考えれば(たぶん)解決できる自分の手の届く範囲内にある世界である。例えてみるならば、このような要領で学習せざるを得ない。ここで大切なのは、自分の島に対応する確実な知識を獲得することである。そのためには、その分野の講義での知識獲得と、小人数セミナーによる知識の定着が必要で、これによって専門知識の獲得ができるとともに、論理的思考力と独創性が育まれる。

### (2) 評価方法

教養課程における基礎数学、及び専門課程における基礎学力の達成度を計るには、ペーパーテストによる評価方法がもっとも適切なものである。このレベルの学習は、訓練という側面が強く、訓練によってどのくらいのレベルまで達成したかを試験によって測定し、客観的な状況を把握するとともに、学生本人にも達成度の明確な数値を知らせることは、自分のおかれている水準を自己評価できて有益であろう。数理科学を主とする学科におけるそれ以上専門性の高い講義については、必ずしもペーパーテストが適当であるとは限らない。講義内容の隅々まで訓練するという性質のものでなく、詳細はともかく数学の分野の全体像をつかむのが主眼になる場合も多いからである。この場合は、レポートによって、全体像が把握できているかどうかをチェックすることが適当な評価方法となる。演習では、問題の解き具合、熱心さ、演習への参加意欲などを総合した評価が適当である。セミナーについては、準備状況、発表状況、発表時における質問への受け答えなどを総合して、合否が判定される。セミナーの基本は、セミナーのメンバー全員が出席することであるから、セミナーに欠席することは論外であり、大きなマイナス点になる。公認された自主セミナーについては、事後の面接による口頭試問で採点するのが適当であろう。