浪川幹事

３　数理科学分野を学ぶすべての学生が身につけることを目指すべき基本的素養

(1) 数理科学の学びを通じて獲得すべき基本的な知識と理解

①数理科学を学ぶことの本質的意義［前章までに述べられているはずのものを多く含んでいる。整理されることが望ましい］

前章までで述べたように，数学（数理科学）は，数と図形を基礎としてこれらを抽象一般化して得られた諸概念から論理的に組み立てられた統一的でしかも多様な抽象的知識体系である。それゆえ数学はそれ自身学問文化の一として学ぶ価値を持つが，それと共にそこで用いられる数理的表現・思考方法を学ぶことで様々の事象を明確に記述表現することができ，また数理科学の研究対象である様々の汎用的数理モデルを学ぶことで，それらを用いて多様なレベルのきわめて広汎な課題に解答を与えることができるようになる。

数学は，最も古くかつ現在も発展し続けている学問文化の一つであり，同時に近代科学において，それらを記述し，かつ理論的根拠を与える学問的基礎として不可欠の役割を果たしてきた。欧語における「数学」の語（英：mathematics）を初めて用いたのはピタゴラス学派であるが，これはギリシャ語の「学ぶ」（μανθάνω）に由来する。それは，中世の大学に受け継がれ，そこでは数学に関わる四科（算術，幾何，天文，音楽）が，言語に関わる三科（文法，修辞学，論理学）とともにリベラルアーツとして，専門職業教育の種類に関わりなく共通に学ぶべき基礎とされた。

数学は第一義的には数と図形を対象とする学問の謂であるが，数や図形についての認識能力は言語能力と並んで人間が持つ最も根源的な抽象的認識能力であり，さらに数の計算技術は人間社会の誕生と共に現れ，日常生活において不可欠のものとなっている。そしてその習得は「読み・書き・算盤」の表現で知られるように，市民社会の発展と共にすべての人々にとって必要なものとされて普通教育の中に取り入れられてきた。

学問・文化は，日常生活への必要からさらに一歩を進めて，私達の周りの世界（ただし人間自身，宇宙のかなたをもすべて含む世界）を理解し，これに働きかけていこうとする人間の本源的欲求から生まれたものである（homo sapiens, home faber)。高等教育はこの学問・文化を学び発展させる場として存在する。

そして数学・数理科学もまたその学問・文化の基本分野の一つとして存在し続けてきた。その研究対象は「数」と「図形」という人間の本性的認識に立脚し，それらを抽象発展させたものであり，この意味で数学は「言語」に基づく作品を研究対象とする文学と対をなす。そしてその故に「万物の存在の根源は数である」とのピタゴラス

学派の主張,「自然は幾何学の言葉で書かれている」とのガリレオの言葉が示すように数学の言葉・理論はきわめて多くの学問を記述する基礎を与えるのである。「数」が世界のあらゆる領域において性質を記述する「量」として現れ,そこから抽象抽出された種々の一般的概念に基づいて構築された理論が汎用的な数理モデルとして様々の学問に貢献する。この事実は近代自然科学の誕生と共に明らかになったが,以後数理科学は統計学を中心として社会科学にその応用を拡げ,近年はコンピュータによる数理的処理能力の進歩を背景に数理的手法の更なる拡大が遂げられつつある。このため大学で学ぶ者は,数理科学を専門とする者のみならず,ほとんどすべての学生が,それぞれの専門に応じて,そこで用いられる数理科学の専門知識とともに数理的方法・考え方を身に付けていく必要がある。

さて一般に学問を記述するにあたっては,意味の明確な言葉を用い,基本的な共通認識に立脚して,論理的推論に従い体系的に理論を構築していくことが求められる。そしてこのような広義の「論理性」は,学問のみならず現代市民社会におけるコミュニケーションの基盤としてますます重要なものとなっている。数学は,学問全体が,定義(および公理)を出発点として厳密な演繹的推論によって構築される一つの広大な体系をなしている故に,数学を理解し活用する学びはこうした論理的思考方法を学ぶことにつながる。歴史的にもこの方法論は当時の数学の集大成たるエウクレイデス(ユークリッド)の「原論」において確立され,以後の学問的理論のモデルとなった。

最後に学問・文化を享受することもまた学びの本質的意義の一つであり(homo ludens),この意味で数学を学ぶことは私達に大いなる喜びを与えることを指摘しておきたい。江戸時代に和算が広く庶民に受け入れられ,現在も数学を扱う商業的定期刊行誌が複数存在し,一般向け数学書籍の出版は他分野に比して好調である。また少なからぬ(数学だけでない)科学者達が少年少女時代に平面幾何学に「はまって」学問研究の道へと導かれている事実がある。平面幾何学と初等整数論は古くから人々に学問の面白さを知らしめてきた双璧と言えよう。

②獲得すべき知識と理解

数学・数理科学は,それ自体が独立した学問領域であるが,諸科学への汎用性の広さから,他の学問を学ぶための基盤としての意味も有する。数理科学を学ぶ学生は,これまで述べてきた数理科学固有の特性と結びついて,次のような基礎知識と理解を持つことが望まれる。

ア　数と図形についての様々の見方および言語としての数学に対する基本的知識と理解［この部分が長すぎる気もする。もっと思い切って短くした方がいいかも知れない］

この部分は初等中等教育においてその基礎が獲得され，大学においてはそれぞれの専門に応じてより高度な一般化された知識を学ぶことになる。特に数理科学を専門に学ぶ者は，これらについて幅広く統一的・体系的な理解を持つことが望ましい。

(a) **数の構造に関する知識と理解**　数には，離散的な整数と連続的な実数との２種類が基本としてあり，そのいずれもが四則演算という代数構造と大小関係という順序構造を持ち，それらと両立する形で後者は前者を含む。これらを基礎として数はきわめて豊かな世界を形作っている。数論は最も古くかつ現在も進展しつつある数学の代表的専門領域の一つである。[学校数学においては，整数が十進位取り記数法を用いる表現により明確な計算アルゴリズムを持つこと，実数は図形における長さ，角度等の計量として直観的に把握できることが基本的に重要である。]

(b) **文字や記号を用いた数学言語についての知識と理解**　数学においては，数や図形あるいはそれらを抽象化した概念が一般的に文字で表され，それらへの操作や性質が，記号を含む数式として記述される。私達はこれによって自然言語と共に数学を用いて考え，意思疎通することができる。その文章は演繹的推論によってつながれるが，多くの問題を形式的操作によって解くことができる（アルゴリズム）。数学を理解し用いるためにはこうした数学言語についての知識・理解を必要とする。

(c) **数や図形の性質の構造性および証明についての知識と理解**　人間は空間を認識し，図形を抽象的に捉える能力を持ち，これらに基づいて幾何学がある。そこでは図形には明確な定義があること，平行四辺形におけるように一つの概念には幾つもの同値な言い換えがあること，四角形の分類のように様々の概念が階層構造を持つこと，それらは「証明」という演繹的推論によって正当化されることなど，数学理論の基本的枠組みのあり方が典型的に現れる。さらに幾何学は理論モデルそのものが多様な体系，階層構造を持っている。

さらに，数に基礎をおく形式的手法と図形に基礎をおく直観的手法との座標の導入による結び付きは数学理論にとって決定的に重要であり，これについての十分な理解が必要である。

(d) **数の変化と関係（関数）についての知識と理解**　現実の世界では多くの量が時間によって変化したり，相互に関係しあったりする。これらを記述する関数（あるいはその一般化としての写像）は近代数学の最も主要な概念の１つである。その基本は線形的変化を示す正比例（一次関数）であり，その代数構造を多次元に一般化する方法として線形代数学が，無限小（極限）概念によって非線形な変化を解析する方法に一般化したものとして微分積分法がある。そして代表的な関数群として初等関数が１つの世界を形作っている。関数を調べる際には，座標を用いて関数をグラフとして表現し，その幾何的性質として直観的に理解する方法が重要である（上記(c)）。

(e) **数の不確実さを扱う確率と数の集まり（データ）を扱う統計についての知識と理解**　現実の世界で得られる数値は多くの場合誤差を持ち，あるいは同質だが複数の値を持っている。こうした数値の不確実性を扱う理論として確率論があり，数値の集まりとしてのデータを扱い，その性質を調べる手段として統計学がある。これらは降水確率，視聴率，偏差値等実生活においてもきわめて重要な役割を果たしている。その基本は，単独のデータについてはその分布を調べその特質を見出すこと，複数のデータについてはそれらの相関を調べること，標本データについてはその母集団の性質との関連を調べることなどである。データからその性質を導くことは数学的手法を用いて行われるが，得られた判断や数値が不確実性を持っていることをその信頼度を含めて認識することが重要になる。

イ　数理科学の基本的な内容についての知識と理解」

　数理科学を専門に学ぶ者は，数学の階層的かつ論理的な体系そのものについてその基本的な全体像と各自が必要な部分のより詳細な内容について知り，理解する必要がある。19 世紀以来数学は（由来を異にする統計学を別領域とし）伝統的に代数学，幾何学，解析学および数学基礎論・応用数学と領域分けされてきたが，現在では集合を基礎として定義される様々の数理的構造を研究する学問として（数理科学の名称で）統一的に捉えられており，その内容もきわめて多様でしかも豊かなものとなっている。そこでは（整数論，表現論などで見られるように）代数・幾何・解析の語は研究対象の別ではなく方法論の性格とみなすのが妥当である。そして従来用いられてきた純粋・応用の別は，その数学的研究対象あるいは問題が，数学体系自身の中から由来するか，外から由来するかの別に過ぎないものとなっている。

　したがって現在用いられている数理科学内の専門分野の用語はきわめて統一性を欠いたしかも重なり合うものになっており，むしろ各々が内容あるいは方法に特色を持つ汎用的理論モデルと考えられる。その典型は様々の名を持つ幾何学である。ここでは数理科学を専門とする学部教育を視野に入れて，最も基礎的な幾つかの理論を例示する。これはあくまで参考のための例示であり，それぞれの大学では自らの数理科学の捉え方および目標に従ってカリキュラムを用意すべきである。

(a) **集合論と論理**

　現代数学は，数や図形を一般化して，集合を基礎とし，そこに定義された様々の構造を研究対象とする形で理論を構築する。したがって集合，写像などの集合論的用語と（素朴）集合論が数学全体の基礎となる。

　また数学での論理は，命題論理に加え，述語論理まで用いられるのが普通である（線

形代数学の一次独立性や解析学での $\varepsilon-\delta$ 論法)。

(b) 代数的構造の理論

基本的には数体系の構築，およびその演算に由来する加群，環，体などの代数的構造の理論と幾何学の対称性の一般化である群論とが中心で，両者を結ぶものとしてガロア理論がある。対称性は数学のあらゆる領域で重要な役割を果たす。

特に先に述べた正比例の抽象一般化としての線形代数学は，様々の事象が線形性，あるいは線形空間上の作用素としての表現を持つこと，有限次元の線形方程式は優れた解法アルゴリズムを持つこと等から，きわめて広い分野で用いられ，コンピュータの発達と共にますます応用が拡がりつつある．その基礎となる行列の理論は多くの学生にとっての必須の知識として，多くの専門で初年次基礎教育のカリキュラムに含まれる。

(c) 位相的構造の理論

後述する微分積分学を始め，実数の理論では「極限」の概念が，関数の理論では「連続性」のそれが基本になる。これは実数に位相構造が入ることの結果である。多変数微分学ですでにユークリッド空間での位相の初歩的諸概念を用いるが，これを一般抽象化した位相空間の理論は，数論，関数解析学等で基礎的役割を果たすとともに，現代数学ではきわめて広い応用を持っている。

(d) 無限小解析学（微分積分学）とそれを用いる関数の理論

無限小解析学の手法の基本は，関数の変化をその線型近似によって捉えるもので，そこで極限と変化率の概念が用いられる。この概念は無限，あるいは無限小という概念と関わる。この概念から得られる微分法・積分法は，自然現象・社会現象を数理的に解析するための最も基本的な手法のひとつである。特に微分方程式は，自然現象・社会現象を記述するための基本的な言葉であり，微分方程式論はそれらの現象の数理モデルにおける様々の性質を導く根拠となる。ニュートン力学はその最初の輝かしい成功例である。また曲線・曲面など一般の幾何学的対象を研究する場合にも無限小解析学が用いられ（微分幾何学），物理学を始めきわめて広い応用を持つ。

また初等関数論，複素関数論等はそれぞれまとまった美しい世界を形作っている。

微分積分学もその応用の広さの故に，多くの分野で初年次教育の中に含まれる。微分方程式論・微分幾何学（ベクトル解析を含む）はこれに続き，数理科学を始め，これらを必要とする専門教育の中で学ばれる。

(e) **統計学**［場所も移動］

統計学は，歴史的に他の数学と由来を異にし，現在でも多くの数理科学を専門とする学科では学ばれないか，せいぜい選択科目であるが，近年統計学の持つ重要性から見て，これは必ずしも望ましい状態とは言えない。一方文学部（心理），経済学部，教育学部，医学部などでは必須科目である。

統計学はその欧語名（英 statistics）が示すように国家統計を研究する学問として始まったが，確率論をその手法として導入することにより数理科学の一分野としての近代統計学が確立した。その後，様々の実験，調査などによって得られるデータを処理し，解析する汎用的な学問として社会科学だけでなく，理系文系を問わずきわめて広い分野で用いられている。その基本的な方法は，データの分布あるいは複数データの相関を解析してその特徴を掴み，正規分布などの確率統計モデルに従うこと等から，データの性質について記述・推測を行おうとする。したがって統計学を学ぶ者はこうしたデータの扱い方，その理論的基礎としての確率論，基本的統計モデルの性質などについての基本的な知識を身に付けることが必要である。

その理論構築の仕方は確率論を基礎として数学そのものなのであるが，得られる判断が不確実性を持っており（真偽を決められないあるいは複数ありうる），その信頼度・重要度をも併せて評価しなければならない点が他の数学分野と大きく異なっている。統計学を学ぶ者は，統計学で用いられる数理科学的手法を身に付けると共に，このような統計学の特徴をも十分理解しなければならない。この特性のために，統計学は初年次教育としてではなく，専門教育と並行する形で「〇〇統計学」として学ばれることが多い。したがって基礎的統計学，数理統計学を別として，統計学についての参照基準は個々の専門の中で定められるのが適当であろう。

ウ　数学に隣接する領域についての知識と理解

すでに繰り返し述べたように，数学は諸学問の基礎として広く用いられているゆえに，数理科学を専門に学ぶ者はこうした他分野との関係の例について具体的に知っている必要がある。近年進展したいわゆる応用的専門分野においては理論そのものが他領域での課題の解決に深く関わる故にこうした学びは自然に行われるが，古典的な数学理論においても物理学を初めとする諸学問との深い関わりが存在するのであり，理論を学ぶに当たっては，抽象的な概念や理論が自然や社会の中でどう現れるかについても併せて具体的に知っていることが望ましい。

エ　数学についての様々な見方についての知識と理解

前章までに述べられた，数学が，数と図形を基礎にそれらから抽象・一般化された

諸概念と数式などの表現方法を用いて様々の構造を論理的に構成した汎用的な体系であるという学問の特色，およびその体系から導かれる数学の知識・方法が社会や学問の中で果たしている役割，数学で用いられる思考・表現法が人間の認識において持つ意味など，数理科学を学ぶ意義について知り，理解することは，すべての人々にとってその立場に応じて重要である。特に数理科学を専門に学ぶ者は，これらを明瞭に意識化された形で理解していなければならない。

これらの知識の獲得は大学教育においては，内容としては教養教育に属することがらであり，特にいわゆる文系の学生に対してこのような観点を中心に置く教育の行われることが望ましい。[いやしくも教養教育の名において専門向けの内容を薄めただけの数学教育となってはならない。] 理系学生の場合には初年次共通教育から専門教育での個別的な数学理論を学ぶ過程の中で無自覚的に身に付ける形が多い［が，このような観点を伝えることを主目的とする講義が理系学生に対しても行われてほしいものである］。

［新学習指導要領では数学教育の目標のところで「数学のよさ」と表現されている。］

(2) 数理科学の学びを通じて獲得すべき基本的な能力

① 数理科学分野に固有の能力

ア　獲得された能力が，人が生きていく上で持つ意義

(a)　職業的な意義

数学がきわめて多くの学問の基礎として用いられていることから，数理科学における能力が必要となる職業は少なくない。多くの職業において，そこにおける専門的知識を理解し，使いこなす際に，数式によって表現し，数学理論を応用して課題を解決する能力が重要となる。場合によっては新たな数学理論を創り出す必要さえあり得る。もとより，そこで用いられる数学には様々のレベルがあり，大学で学ぶ理論までも要請される職業は限られるが，用いる理論そのものは高校レベル以下である職業においても，それを使いこなす，より成熟した能力が必要となる場合が多い。

では数理科学自身を専門的に学ぶ学生にとって，その職業的な意義は何か？

第一には，この数理科学という１つの巨大な体系化された学問をより豊かにしていくことを挙げたい。研究者はもちろんであるが，社会においても職業的に深く数理科学と関わり続ける者は，単に既成の数学理論を応用するだけでなく，何らかの形で数理科学自身をも豊かにしてゆく。

しかし数学を学んだ後に社会に出て行った学生にとって数学を学んだ意義を実感できるのは，そこで身に付けた，数学が持つ極めて大きな汎用性による多様な問題解決能力であろう。

半世紀ほど前までは，数理科学を学んだ学生が学んだ知識そのものを利用して職業的に生かせる場は，研究者あるいは数学教員となる場合を除けばさほど広くなく，保険・金融およびコンピュータ関係が主な就職先であった。ところが 20 世紀後半からコンピュータの発達およびそれに伴う応用数学理論の発展により，これらの業界でより高度の数理科学理論が必要になると共に，一般の企業においても数理科学との関わりが深まり，そこで扱われる問題も多様化した。この結果アクチュアリー，システムエンジニアをはじめ多くの職業で数理科学の専門家の必要性が増している。そこで必要とされるのは，基礎となる専門知識は無論であるが，より重要なのは幅広く柔軟な問題解決能力である。

そもそも数学の理論の多くは，たとえ現実の問題を解くことを契機に生まれていても，それを深化させた多くの部分あるいは新たに創造された部分は純粋に理論として構築されているため，直接的な応用を持たない。ところが 19 世紀にガロアによって代数方程式論の一部として見出された有限体の理論は，2 世紀に近い年月を経てデジタル機器の誤り訂正のための符号理論や，セキュリティーを守るための暗号理論に用いられ，人間社会に欠かせないものとなった。これは数学体系の持つ驚くべき汎用性を示す例と言えよう。これ程でなくとも，数学を学ぶことによって育まれる汎用的な問題解決能力，すなわち前提を明確に把握する力，筋道立てて物事を理解する力，状況を整理・分析し論理的に推論して結論を導く力，その結論をもとに応用・展開する力，などは，数学理論の知識と相俟って様々の課題の解決に有効であり，またその際必要となる新たな専門的知識を学ぶのにも効果的である。現在，数理科学を学んだ者が持つ，むしろ個々の専門知識にとらわれない一般的な課題解決能力はより広い場で高く評価されている。

(b) 市民生活における意義

「数」は日常世界の至るところで用いられ，数を扱う能力はすべての人々にとって必須のものである。実は私達はそれと意識せずに，単なる数の計算だけでなく，数や図形の様々の性質を日常的に用いている。私達は回り道をすれば遠くなることを知っているから最短距離である直線に近い道を選ぶ。それらは小学校の算数で十分だという意見をよく聞くがそれは全くの誤りである。例えば降水確率を聞いて傘を持って出るか否かを判断することは，すでに高度な数学理論を背景としている。さらに近年社会的な場においてしばしば「証拠に基づいた」（“evidence-based”）説明が求められるが，これらは統計など数学理論を用いて得られた数値によることが多い。このとき数学は「なぜその数値が証拠になり得るのか？」についてその根拠の仕組みを明らかにする。発達した科学文明社会にあって私達は好むと好まざるとに関わらず，きわ

めて進んだ数学に基礎付けられた高度な科学技術から得られた数値に対して何らかの判断を下して自らの行動を決めなければならない。このときその数値の妥当性を含め，適切な判断を行うためには，ある程度の数理的知識能力が必要である。特にそれがどのような専門的知識に基づいて決められたのか，その仕組みを批判的に理解することが大切になる。科学文明社会に生きる市民として私達は然るべき数学についての素養（[科学リテラシーの一部としての］数学リテラシー）を持たねばならない。［これは福島原子力発電所の放射能問題を通じて社会的により先鋭的に明らかになった。］社会的日常的に最もよく現れるのは統計における数値である。

また民主主義社会を構成する市民として論理的なコミュニケーションを行う能力はその不可欠の基礎である。それは基本的に言語の公共的使用能力（言語・文学分野の基準参照）であるが，そこで情緒的非論理性や曖昧さに陥らない言語の使用を可能にする上で，数学の学びの中で身に付く（広い意味での）論理的思考能力はきわめて有効である。

(c)　個人の教養としての意義

数学は難しいからという理由で，一般に敬遠されがちであるが，一方で数学は面白いとして，多くの数学愛好者が存在するのも事実である。一般の書籍離れにかかわらず，数学の啓蒙書は書店に溢れており，根強い数学ファンの存在を示している。数学を学んだ学生は，興味があれば，生涯を通じて高いレベルで数学を楽しめる素養を身につけることになる。そのような趣味を通じたグループも存在し，日本社会の知的水準を高いレベルに保つ一つの支えとなっている。

イ　獲得されるであろう能力

(a) 数や図形を認識し，活用する能力

・数を読み，処理し，使いこなす能力

私達は数を数えることに始まり，大小を比較し，概数をとり，計算するなど数を実に様々な形で用いている。数のない社会は考えられないが，その社会で生きる者として人間にとって数を扱う能力は欠かせない。一般に何かの量的性質を正確に表現する手段として数を理解しその意味を読み取る能力が重要である。その一方で数による表現は他の多くの性質を捨象する故に限界を持っていることの認識も重要である。

・空間を認識し，図形の性質を読み取り，相互に関係付ける能力

視覚は人間の感覚で最も高度に発達したものであるが，さらに空間や図形を認識する働きはきわめて高度の知的能力であり，これに立脚する幾何学が最初の体系的学問となったのは偶然ではない。空間や対称性など幾何的直観に基づく諸概念が抽象一般

化されて数学の主要な概念となっている。そこでこれらの概念を扱う際に，幾何的にイメージできる能力が重要である。特に座標の使用により，関数などの性質をそのグラフにより視覚化して幾何学的性質に置き換える等，数の世界と図形の世界とを自由に行き来する能力が大切である。図形的能力にはこの他，シンボルや（抽象）グラフを用いる能力，あるいは地図を読む能力などがある。

(b) **数学を言語として読みかつ書く能力（狭義の数学リテラシー）**

数式を読み，理解し，あるいは数式で書き表す能力は数学的な問題解決能力の基盤にある能力である。特に文字で表されたものの意味内容，その状況での例えば "=" の正確な意味の認識などがある。

(c) **数学的に考える能力**

様々の数学的概念を用いてものごとを考える能力，幾つかの概念から共通する性質を抽象一般化する能力，逆にある概念を具体例として表現あるいは認識する能力などがある。数学をあたかも公式にしたがって計算して答を出すだけのものとする誤解が一般に見られるが，数学は自然言語と共にそれを用いて考えるためのものなのである。

以下数学を用いて問題を解決する能力を段階的に述べる。ただし実際の問題解決においては，これら諸段階を行きつ戻りつするのが普通である：

(d) **問題を数学的に捉える能力**

与えられた課題を数学の言葉で定式化し，所与の条件等を明確にした上で，グラフ等の手段を用いて表現し，解決の方略を立てる能力。例えば運動の性質から微分方程式による表現を得る等。

(e) **課題を解くのに必要な数学的構造（モデル）を見抜く能力**

課題のもつ様々な性質を分析し，その結果からその解決に用いる数学理論を具体的に明確にする能力。対象の性質のうちの非本質的部分を捨象し，本質的な部分を単純化抽象化することが必要で，帰納的推論に属する。例えば与えられたデータセットの値分布からその確率モデルを推測する等。必要があれば既存のものから新たにモデルを発展させる能力を含む。

(f) **課題を解くために論理的に推論する能力**

証明問題に典型的であるが，数学の課題の解決は演繹的推論によって表現される。アルゴリズムもまた論理的である故に正しいのである。ここでは所与の条件と定義・

定理等の知識とを適切に用いていくことが求められる。

(g) 手順に従って課題を処理し解答を得る能力

数学理論は代数方程式，微分方程式等具体的な解を得る手順（アルゴリズム）あるいは定理等により解答に相応しい性質を導くことができる。こうした手順を間違いなく実行できる能力が必要であるが，それとともに形式的手順が持つ意味を理解することも重要である。またできるだけ早く単純な仕方で解く工夫も大切である。一般にこれのみが数学の能力であるかのような誤解があるが，これは重要不可欠ではあるものの数理的能力の一部に過ぎない。

(h) 得られた解を吟味し，適切に表現する能力

得られた数学的な解の正しさを確かめた上で，当初の課題に従って適切に表現することが必要となる。これは数学的定式化の逆手順。その上で当初の課題の解として適切であるか否かを確かめる必要がある。

② ジェネリックスキル［ほぼ桂案を踏襲］

ア　知的訓練としての意義［簡略化した］

数学を学習する際，言語におけると同様，読み解く，考える，表現する，という３つの作業が行われる。数学の様々な理論を学べば，数学の知識を単に獲得するだけではなく，前提を明確にし，論理的に考え，正確に表現する知的訓練も同時になされているのである。こうして数学を学ぶことで自ずと身に付く力は，社会を生きていく上で端倪すべからざる能力となる。また，数学を理解するには集中して厳密に考察することが必要であり，精神的訓練もなされる。このように，数学の学習は，単なる知識の獲得にとどまらす，論理的思考や集中力の養成などにも役に立っている。

イ　ジェネリックスキルの習得

数学を学習することによって得られると思われる汎用的な能力を上げると次のようになる。

(a) 世の中に氾濫する数字に対して，意味していることの本質を見抜き，数字を批判的にとらえる思考力と感覚が身に付く。
(b) 問題を整理分析し，その本質を見極めようとする態度が身に付く。
(c) 習慣や因習に隠された諸前提や，推論に含まれる問題点を見出す力が身に付く。
(d) 抽象的思考に強く，物の本質を捉えようとする態度が身に付く。
(e) 既存の事柄を一般化したり，類推したりして，新しい局面を切り拓く能力が身に

付く。
（f）数学の論理展開の訓練から，物事を簡潔に表現したり，数学的表現を用いて物事を的確に説明したりする能力が身に付く。誤りを指摘するのに，反例を挙げたり，反証したりして，明確に説明する能力も身に付く。
（g）未知の問題に積極的に立ち向かい，冷静に分析し対処して行く態度が身に付く。

［なお桂案にあった以下の部分は　2　に含まれるべきであろう。言語・文学分野の案参照。参考までに再録する］
（c）　学問研究としての意義
　数学は科学の基礎である。数学は現象を記述する普遍的な言葉であると同時に，記述されたモデルを解析する方法を与える。数学は極めて抽象度が高く，したがって諸科学に対する汎用性が広いことが学問としての大きな特徴である。数学のこのような特徴のために，専門的な数学の諸科学への応用の可能性は無限に広がっている。実際，デリバティブ理論，符号・暗号理論，画像・数式処理をはじめ，理学・工学・経済学・社会学などで数学が活用され，現実社会で利用される例は多い。一方で数学は，結果として社会への応用が見出されるが，当初は応用を意図して研究されず，研究者の知的好奇心から純粋理論として研究されるケースも多い。しかし，歴史的に見て，構築された理論体系は人類の知的活動の成果として蓄積され，壮麗な文化となって受け継がれており，必要なときに強力な道具として科学の発展に貢献してきている。数理科学を中心とする学科の学生は，このような人類の大きな知的財産を学習し，研究の一端に触れた経験を通じて，公平で理路整然とした思考に長け，汎用能力に優れた存在として，社会に貢献することが可能な人材となる。