

飽和・不飽和流れの機構を導入した 流量流積関係式の開発

DEVELOPMENT OF STAGE-DISCHARGE RELATIONSHIP EQUATION
INCORPORATING SATURATED-UNSATURATED FLOW MECHANISM

立川康人¹・永谷 言²・寶 馨³

Yasuto TACHIKAWA, Gen NAGATANI and Kaoru TAKARA

¹正会員 博(工) 京都大学助教授 防災研究所水災害研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

²正会員 修(工) (株) 建設技術研究所大阪支社水工部 (〒 540-0008 大阪市中央区大手前1-2-15)

³フェロー会員 工博 京都大学教授 防災研究所水災害研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

A stage-discharge relationship equation incorporating saturated-unsaturated flow mechanism is newly devised. A distributed rainfall-runoff model introducing the equation is applied at the Kamishiiba dam catchment (211 km²) in Kyushu, Japan and the model performances are compared with a distributed model using the A-layer flow - surface flow equation and the storage function method. It is shown that simulated hydrographs using the proposed equation show good agreements with observed ones not only peak discharges but also recession parts of hydrographs. The model parameters stability are also highly enhanced by introducing the proposed stage-discharge relationship equation.

Key Words : stage-discharge relationship equation, saturated-unsaturated flow, kinematic wave equation

1. はじめに

kinematic wave モデルで用いられる流量流積関係式は、地表面流型の式やそれを拡張して中間流を導入した形式の式がよく用いられる¹⁾。これらの式は、通常、洪水時の流れを対象としており、低水時を含めた長期間の流出計算を目的としたものではない。椎葉ら²⁾は低水時の流れを含めた流量流積関係式を考えるために、圃場容水量に対応する土壌水分量を設定し、それを導入した一般的な流量流積関係式を提案している。この式は低水部から高水部までの河川流量をよく再現するが、物理的な背景に基づいて導出されたわけではなく、一部のモデルパラメータが流れのすべての状態に関与するためにパラメータの同定が難しいという欠点を持つ。

一方、窪田ら³⁾は飽和・不飽和流れの運動式を簡略化して、斜面流下方向の流量を飽和度の関数とする運動式を導いている。また、山田⁴⁾は窪田らが導いた式と地表面流型の kinematic wave 式とを対比させて等価粗度と土壌特性との関連を示しており、低水時、あるいは小出水時の流れにおいても流量が水深の冪乗で関係付けられることを理論的に示している。

本研究では以上の研究を踏まえて、物理的な背景を持ち、かつ低水部から高水部までの流れを表現する流量流積関係式を提案する。この式は、結果的には椎葉

らが示した流量流積関係式²⁾とほぼ同様の機能を持つ式であるが、物理的に導かれ、かつ流れの状態に応じてモデルパラメータの機能が分離されるために系統的なパラメータの同定を可能とする。ここで提案する流量流積関係式を組み込んだ分布型流出モデルを上椎葉ダム上流域 (211.0km²) に適用し、その有効性を示す。

2. 不飽和流れを考慮した流量流積関係式

(1) 椎葉らによって示された流量流積関係式²⁾

椎葉らは不飽和時の雨水の流れを流出モデルに導入するために、圃場容水量に対応する水分量を考慮した流量流積関係式を提案している。この式では土壌に含まれる水分量 h を高さの単位で表現し、 h が圃場容水量 h_c を超えると自由水が支配的となると考えて、 h と自由水水分量 h_f との関係を以下のように表した。

$$h = \begin{cases} h_f + h_c \left\{ 1 - \left(\frac{d_a - h_f}{d_a} \right)^{N_f} \right\}^{\frac{1}{N_f}} & (0 \leq h_f < d_a) \\ h_f + h_c & (d_a \leq h_f) \end{cases} \quad (1)$$

ここで d_a は土層厚に有効間隙率を乗じた実質の土層厚、 N_f はモデルパラメータであり、 h_f と単位幅流量

q との間の流量流積関係式

$$q = \begin{cases} ah_f & (0 \leq h_f < d) \\ ah_f + \alpha(h_f - d)^m & (d \leq h_f) \end{cases} \quad (2)$$

と連続式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (3)$$

とから雨水を追跡する。

このモデルは長期流出分を表現するために、流量流積関係式を改良して圃場容水量以下となる場合の遅い流れを流量流積関係式に組み込んだものであるが、物理的な背景に基づいて導かれたものではない。また、式(1)に含まれる d_a が、 $0 \leq h_f < d_a$ を仮定する低水時にも関与するために、流れの形態に応じてパラメータを分離して決定することができない。そこで、これらの欠点を克服する新たな流量流積関係式を以下に示す。

(2) 新たに提案する流量流積関係式

土層は重力水が発生する大空隙部分と毛管移動水の流れの場であるマトリックス部分からなると考える(図-1参照)。土層厚を D 、体積含水率を θ とし、毛管移動水が支配的な体積含水率の範囲を $0 \leq \theta < \theta_m$ と考える。ここで θ_m は圃場容水量に相当する体積含水率であり大空隙を除いたマトリックス部の飽和体積含水率と考える。 $d_m (= D\theta_m)$ はマトリックス部の最大水分量を水深で表したものである。一方、重力水が支配的な体積含水率の範囲を $\theta_m \leq \theta < \theta_a$ とする。ここで θ_a は空隙率であり、 $\theta_a - \theta_m$ は有効空隙率である。ここで、 $d_a = D\theta_a$ とし、 θ に対応する水深を h として $h = D\theta$ とおく。以上をまとめると、

$$\begin{aligned} 0 \leq h < d_m, (0 \leq \theta < \theta_m) & \quad \text{不飽和状態} \\ d_m \leq h < d_a, (\theta_m \leq \theta < \theta_a) & \quad \text{飽和 (中間流)} \\ d_a \leq h, (\theta_a \leq \theta) & \quad \text{飽和 (表面流)} \end{aligned}$$

の三種の状態を考えることになり、図-1のように模式化することができる。以下にそれぞれの状態に応じた流量流積関係式を示す。

a) マトリックス部 ($0 \leq h < d_m$) の流れ

水深が $0 \leq h < d_m$ ($0 \leq \theta < \theta_m$) の場合、マトリックス部を流れる不飽和流の平均流速 $v_m(h)$ を、 x を流下方向として

$$\begin{aligned} v_m(h) &= -k \frac{\partial H}{\partial x} = k_m S_e^\beta \left(i - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \\ &= k_m \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right)^\beta \left(i - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \\ &\simeq k_m \left(\frac{\theta}{\theta_m} \right)^\beta i \\ &= k_m \left(\frac{h}{d_m} \right)^\beta i \end{aligned} \quad (4)$$

と考える。ここで、 H は全水頭、 $k = k_m S_e^\beta$ は不飽和時の透水係数、 k_m はマトリックス部の飽和透水係数、

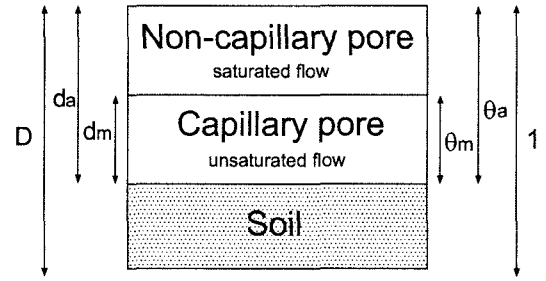


図-1 本研究で想定する土層の構造

$S_e = (\theta/\theta_m)$ は飽和度、 β は θ の減少に伴う k の減少程度の大きさを表すパラメータ、 i は斜面勾配、 φ は圧力水頭である。(4)式では、圧力水頭 φ が流れ方向に大きく変化しないことを仮定する。単位幅流量 $q(h)$ は、雨水がマトリックス部全体を平均流速 $v_m(h)$ で流れると考え

$$q(h) = d_m v_m(h) = d_m k_m \left(\frac{h}{d_m} \right)^\beta i \quad (5)$$

とする。また、伝播速度は(5)式より次式となる。

$$\frac{dq}{dh} = \beta k_m i \left(\frac{h}{d_m} \right)^{\beta-1} \quad (6)$$

$$\left. \frac{dq}{dh} \right|_{h=0} = 0, \quad \left. \frac{dq}{dh} \right|_{h=d_m} = \beta k_m i \quad (7)$$

b) 飽和状態 (中間流) ($d_m \leq h < d_a$) の流れ

水深 h が d_m を超える場合は大空隙をダルシー則に従って雨水が流れると考え、大空隙部での平均流速を

$$v_a = k_a i \quad (8)$$

と考える。ここで、 k_a は大空隙での飽和透水係数である。このときの全単位幅流量は、マトリックス部を流れる流量 $q(d_m) = d_m k_m i$ を合わせて

$$\begin{aligned} q(h) &= (h - d_m)v_a + q_m(d_m) \\ &= (h - d_m)k_a i + d_m k_m i \end{aligned} \quad (9)$$

となる。(9)式より伝播速度は、

$$\frac{dq}{dh} = k_a i \quad (10)$$

なので、 $h = d_m$ のときに $q(h)$ が連続となるように、(7)、(10)式より

$$\beta k_m = k_a \quad (11)$$

とする。 $h = d_m$ において、 q の変化は連続的である必要はないが、 k_a は k_m よりも大きく β は通常 2~6 程度の値を取るとされるため、 $\beta k_m = k_a$ という条件は不自然ではない。このように設定することでパラメータの個数を一つ減らすことも可能であるため、(11)式を採用することにする。

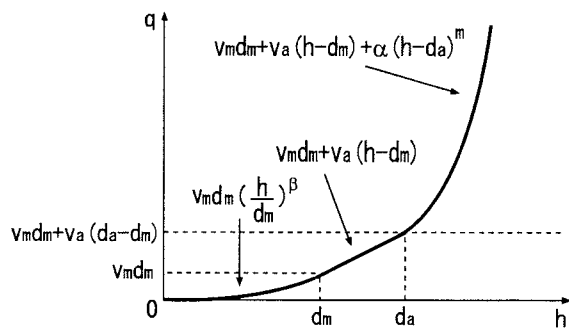


図-2 新たに提案する流量流積関係式の関数形

c) 飽和状態 (地表面流) ($d_a \leq h$) の流れ

水深 h が d_a を超える場合は地表面流が発生すると考え、地表面流の流速を

$$v_s(h) = k_a i + \frac{\sqrt{i}}{n} (h - d_a)^{m-1} \quad (12)$$

と考える。このときの全単位幅流量は、マトリックス部と大空隙の単位幅流量を合わせて

$$q(h) = v_s(h - d_a) + v_a(d_a - d_m) + v_m d_m = \frac{\sqrt{i}}{n} (h - d_a)^m + k_a i (h - d_m) + d_m k_m i \quad (13)$$

となる。ここで n は粗度係数である。伝播速度は (13) 式より、以下ようになる。

$$\frac{dq}{dh} = m \frac{\sqrt{i}}{n} (h - d_a)^{m-1} + k_a i$$

$$\left. \frac{dq}{dh} \right|_{h=d_a} = k_a i$$

d) まとめ

$v_m = k_m i$, $v_a = k_a i$, $\alpha = \sqrt{i}/n$ とおくと、単位幅流量と水深の関係は、

$$q(h) = \begin{cases} v_m d_m \left(\frac{h}{d_m}\right)^\beta, & 0 \leq h < d_m \\ v_m d_m + v_a (h - d_m), & d_m \leq h < d_a \\ v_m d_m + v_a (h - d_m) + \alpha (h - d_a)^m, & d_a \leq h \end{cases} \quad (14)$$

と表すことができる。この式で表される q と h の関係を 図-2 に示す。また、このときの伝播速度は

$$\frac{\partial q}{\partial h} = \begin{cases} \beta v_m \left(\frac{h}{d_m}\right)^{\beta-1}, & 0 \leq h < d_m \\ v_a, & d_m \leq h < d_a \\ m \alpha (h - d_a)^{m-1} + v_a, & d_a \leq h \end{cases} \quad (15)$$

となる。これらの関係式と連続式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t)$$

とを組み合わせる。具体的には、伝播速度 $c = \partial q / \partial h$ として、連続式を

$$\frac{\partial q}{\partial t} + c \frac{\partial q}{\partial x} = cr(t)$$

と変形し、差分法により q を求める。

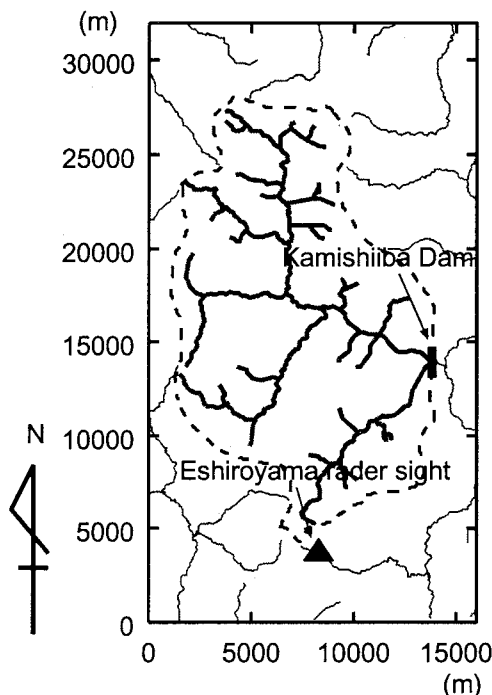


図-3 上椎葉ダム流域。実線はダム上流の河道網を、破線は流域界を表す。

このモデルのモデルパラメータは、全空隙に相当する層厚 d_a 、マトリックス部の層厚 d_m 、粗度係数 n 、大空隙での飽和透水係数 k_a 、大空隙の飽和透水係数とマトリックス部の飽和透水係数の比 β となる。この流量関係式のモデルパラメータの値は、流れの形態に応じて以下のようにパラメータを分離してそれらの値を決めることが可能である。

- 1) 表面流は発生せず土壌水の流れが主となる $0 \leq h < d_a$ と考えられる小出水を対象として土壌水の流れを支配するパラメータ k_a , d_m , β を決定する。
- 2) 次に、表面流が発生する $h \geq d_a$ と考えられる大規模な出水に対して、地表面流の発生を規定するパラメータ n , d_a を決定する。

3. 対象流域と流出モデル

九州電力 (株) が管理する上椎葉ダム上流域 (211.0 km², 図-3 参照) を対象とし、地上雨量を用いて補正された江代山レーダーデータ (時間分解能 10 分, 空間分解能 1km) を入力とする。評価に用いる洪水データを表-1 に示す。4 洪水は規模、洪水パターンとも異なる。

流出モデルは、市川らが開発した分布型流出モデル⁵⁾ にここで提案する流量流積関係式を導入したモデルを用いる。このモデルでは、国土地理院が発行する数値地図 50m メッシュ (標高) をもとに斜面要素の流れ方向を決定し、すべての斜面要素での流れを追跡する。図-4 に上椎葉ダム流域の最上流部の落水線図を示す。なお、

表-1 モデルの評価に用いる洪水データ

Flood event	Flood term	Max Discharge
event-1	97/9/15 1:10 - 9/19 0:00 by Typhoon no. 9	1203.0 m ³ /s
event-2	99/6/24 0:00 - 7/3 21:00 by Baiu flont	210.0 m ³ /s
event-3	99/8/1 19:00 - 8/7 18:00 by Typhoon no. 7, 8	489.0 m ³ /s
event-4	99/9/22 6:00 - 9/27 6:00 Typhoon no. 18	644.0 m ³ /s

流域面積が 211.0 km² と小さいので、ここでは河道追跡モデルは導入せず、河道に到達した斜面要素からの側方流入量を同時刻で合算して、流域下端からの流出量(上椎葉ダムへの流入量)とする。

4. 流量流積関係式の評価

(1) 比較対象とする流出モデル

新たに提案する流量流積関係式を導入した分布型流出モデルの性能を評価するために

- 中間流・地表面流を考えた流量流積関係式を導入した分布型流出モデル(式(14))において $d_m = 0$ とする流量流積関係式を導入した分布型流出モデル
- 貯留関数法

と本モデルとの性能を比較する。比較の対象とする上記の流出モデルは、洪水流出の再現・予測に頻繁に用いられるモデルである。異なる流量流積関係式を持つ分布モデルとの比較は、新たな流量流積関係式の導入によるモデル性能の向上の効果を、貯留関数法との比較はモデル構造の違いによるそれを見ることを目的とする。ここで用いる貯留関数法は以下の通りである。

$$\frac{ds(t)}{dt} = r_e(t - T_l) - q(t) \quad (16)$$

$$s(t) = Kq(t)^P \quad (17)$$

$$r_e(t) = \begin{cases} f \times r(t) & (\text{累加雨量} < R_{sa}) \\ r(t) & (\text{累加雨量} \geq R_{sa}) \end{cases} \quad (18)$$

ここで、 t は時刻、 s は貯留量、 r は観測降雨、 r_e は有効降雨、 f は一次流出率、 q は直接流出、 T_l は遅滞時間、 R_{sa} は飽和降雨、 K 、 P はモデルパラメータである。 $P = 0.6$ で固定し、 K 、 f 、 T_l 、 R_{sa} をチューニングパラメータとした。計算条件は以下の通りである。

- 分布型流出モデル: 観測降雨をそのまま入力降雨とする。計算開始時において系は定常状態にあると仮定し、計算開始時の観測流量から初期状態(すべての斜面要素の差分計算断面の水深)を設定する。
- 貯留関数法: (18) 式で示したように有効降雨を入力降雨とする。計算開始時の貯留量をゼロとし、得

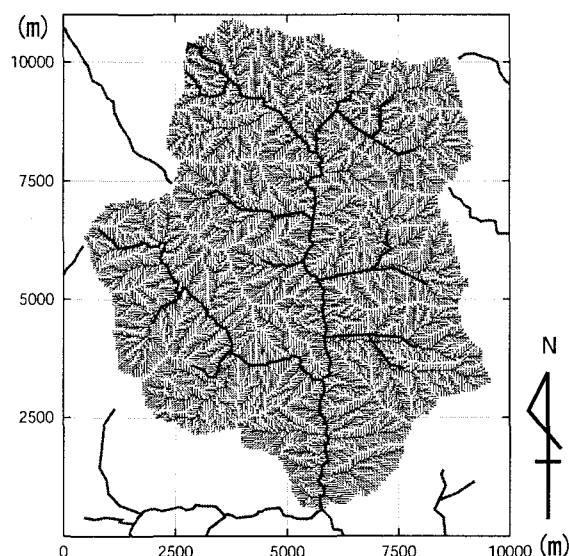


図-4 上椎葉ダム流域の最上流部の流水線網。実線は河道の位置を、点線は斜面部の流水線網を表す。

られた計算流量に計算開始時の観測流量を加算した値を計算値とする。

以降、新たな流量流積関係式を導入した分布形流出モデル、地表面流・中間流モデルを考えた分布型流出モデル、貯留関数法をそれぞれ model-1, model-2, model-3 と呼ぶことにする。

(2) モデルパラメータの決定

対象とする4洪水のうち、流れのすべての要素を含むと考えられる event-1 を対象としてモデルパラメータの値を決定する。分布型流出モデル model-1, model-2 については、すべてのモデルパラメータの値を少しずつ変化させて、観測ハイドログラフの形状に最も近づくようにパラメータを決定した。貯留関数法 model-3 についてもすべてのパラメータの値を変化させて観測流量と計算流量の差の二乗和が最小となるようにパラメータの値を決定した。得られたモデルパラメータの値を表-2 に示す。また、それらのパラメータの値を用いたときの計算流量と観測流量を図-5 に示す。表-3 はそれぞれのモデルの適合度を Nash-Sutcliffe 指標、観測流量と計算流量のピーク流量の違い、およびピーク生起時刻の違いを用いて評価した結果である。各モデルとも高い精度で流出を再現していることがわかる。

ただし、model-2 は他のモデルを比べると、ハイドログラフの立ち上がり早くピーク生起時刻も早い。これは model-2 の流量流積関係式では土壌中の水分状態を十分表現できないことに原因がある。計算開始時には、初期観測流量に応じて斜面には相当の初期水分量が設定される。model-2 の場合、この初期水分量が A

表-2 決定したモデルパラメータの値

Distributed models					
model	n ($m^{-1/3}sec$)	k_a (m/s)	d_a (m)	d_m (m)	$\beta = k_a/k_m$
model-1	0.3	0.01	0.55	0.45	4.0
model-2	0.3	0.003	0.4	-	-
Storage function method					
model	P	K	f	R_{sa} (mm)	Tl (min)
model-3	0.6	36.3	0.6	230	0

表-3 モデルパラメータ決定時の再現精度の評価

model	NS 指標	PE(m^3/s), RPE(%)	TE(min)
model-1	0.988	0.4 (0.03)	0
model-2	0.938	31.0 (2.58)	-110
model-3	0.978	49.5 (4.11)	0

NS 指標: Nash-Sutcliffe 指標, PE(m^3/s): ピーク流量の違い, RPE(%): その観測ピーク流量に対する相対値, TE(min): ピーク発生時刻の違い, 負の値は計算流量のピーク時刻が観測流量よりも早いことを表す。

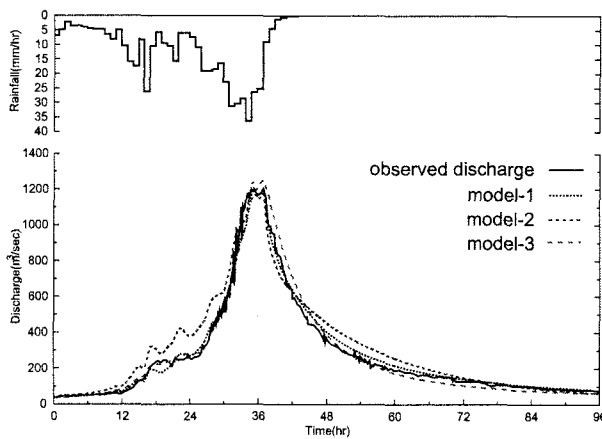


図-5 event-1 における計算流量と観測流量との比較

層内に設定されることになる。A 層内にある雨水は線形の流量流積関係式によって流下せざるを得ず、初期の雨水を土層内に留めることができない。したがって、観測流量全体を再現するような透水係数を設定すると、ピーク前の計算流量を過大に評価してしまう。

一方、model-1 は毛管空隙におけるゆっくりとした流れに対応する部分を流量流積関係式に含んでいるため、洪水初期の降雨を土層内に貯留することが可能である。したがって、観測降雨をそのまま入力しているにも関わらず、逡減部を含めて計算流量をよく再現することに成功している。貯留関数法は流出モデル内部に土層の水分状態を適切に表現する機構を持たないものの、有効降雨を適切に設定することによりかなりよい再現精度を示している。ただし、有効降雨を定めるパラメータの値は、次節でも示すように洪水ごとに大きく変化する。これは洪水を予測する上で修正し難い問題点である。

表-4 他洪水の再現性の評価 (Nash-Sutcliffe 指標)

model	event-2	event-3	event-4
model-1	0.698	0.962	0.919
model-2	0.319	0.942	0.705
model-3	-0.774	0.591	0.939
model-3*	0.663	0.935	0.969

* R_{sa} のみ洪水ごとに最適化した場合

表-5 他洪水の再現性の評価 (ピーク流量・ピーク時刻の差異)

model	PE(m^3/sec), RPE(%)	TE(min)
event-2, flood peak between 66 and 96 hrs		
model-1	74.8 (35.6)	-120
model-2	121.3 (53.0)	710
model-3	84.2 (40.1)	720
event-2, flood peak between 216 and 228 hrs		
model-1	13.1 (8.20)	-150
model-2	26.5 (16.6)	-140
model-3	159.9 (100.5)	-90
event-3, flood peak between 108 and 114 hrs		
model-1	-7.91 (-2.31)	-50
model-2	46.6 (13.6)	-50
model-3	131.2 (38.2)	90
event-3, flood peak between 120 and 132 hrs		
model-1	2.19 (0.45)	0
model-2	53.8 (11.0)	0
model-3	148.1 (30.3)	0
event-4, flood peak between 48 and 50 hrs		
model-1	-23.5 (-3.64)	-30
model-2	72.4 (11.2)	-40
model-3	27.7 (4.3)	0

(3) 洪水再現性の評価

得られたパラメータを用いて他の洪水の再現性を評価した結果を示す。表-4 は各モデルのそれぞれの洪水に対する Nash 指標、表-5 は観測流量とのピーク流量、ピーク発生時刻の違いである。各洪水ごとのそれぞれのモデルの計算流量と観測流量を図-6 ~ 図-8 に示す。

小出水の event-2 では、各モデルとも 66 時から 96 時までの洪水ピーク付近の流量は過大に評価しているが、model-1, model-2 は 120 時以降ではハイドログラフの形状をよく再現している。特に、model-1 は 144 時以降の低減部もよく再現しており、model-2 では 144 時以降の低減が急で 210 時付近の降雨に対して急激に立ち上がっていることと比較すると、不飽和部の流れを導入した効果がうまく機能していることがわかる。一方、model-3 は全期間を通して流量が過大になっている。これは、大出水の event-1 で定めた R_{sa} がこの洪水に適合しないためである。 R_{sa} のみを変化させることによってモデルの再現性を向上させることは可能であるが(表-4 参照)、これはモデル内部に土壌の保水効果を表現できないモデル構造の不十分さを表している。

中出水の event-3 では model-1 の再現性が非常に高い。model-2 も高い再現性を示しているが、48 時から

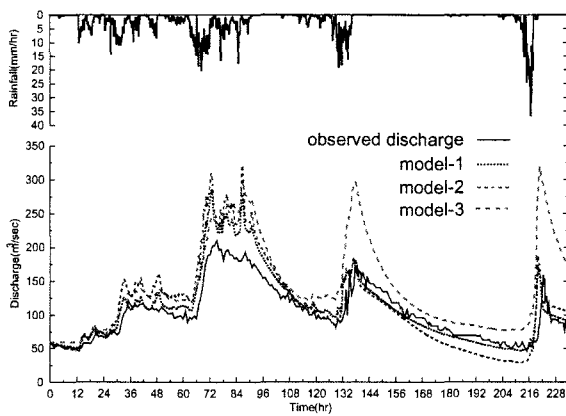


図-6 event-2 における計算流量と観測流量との比較

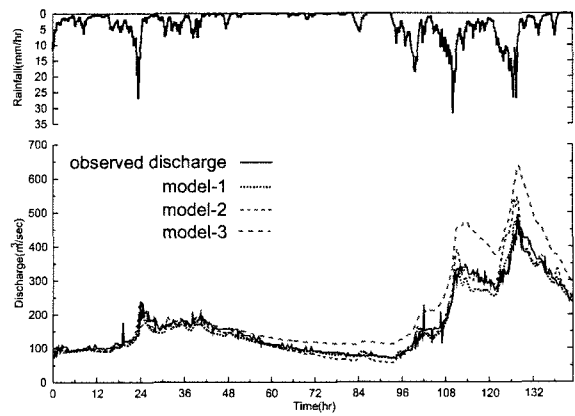


図-7 event-3 における計算流量と観測流量との比較

96 時までの無降雨・小降雨の期間の低減時の再現性は model-1 に劣り、その後の強降雨による計算流量の立ち上がりも急であることがわかる。model-3 では 48 時過ぎから計算流量が過大となり、event-2 の場合と同様 R_{sa} の不適合さが現れている。

比較的大きな出水の event-4 については、初期流量・ハイドログラフの形状・洪水規模とも event-1 と類似した洪水なので、どのモデルとも再現性は高かった。

以上の結果をまとめると、model-1 は計算開始時の流量や洪水規模、降雨の状態によらず、よい再現性を示しており、パラメータの安定性が極めて高いことがわかる。また、洪水の低減部やその後の強雨に対するハイドログラフの立ち上がりも model-2 を上回る結果となった。一方、model-3 はモデル内部に保水の効果を含まず、流域の保水状態の違いを R_{sa} に代表させてしまう。そのためパラメータの安定性が低くイベントごとにパラメータの同定が必要であり、ここで示したモデルの性能を上回るものではなかった。

5. おわりに

異なる流量流積関係式を持つ分布型流出モデルと貯留関数法とを、上椎葉ダム上流域での洪水に適用し、洪水の再現・予測に対するモデルの性能を比較した。その結果、パラメータ決定時の洪水の再現性はどのモデルも高いものの、得られたパラメータを用いて他の洪水を再現する場合の再現性は、モデルごとに大きな違いが出た。特に貯留関数法は、従来より指摘されているように、 R_{sa} が出水ごとに異なるというモデル構造に問題がある。一方、新たな流量流積関係式を組み込んだ分布型流出モデルは、観測降雨をそのまま入力することが可能であり、パラメータ値の安定性が高く、かつ初期状態にも依存せず、異なるパターンの洪水に対応できることを確認した。

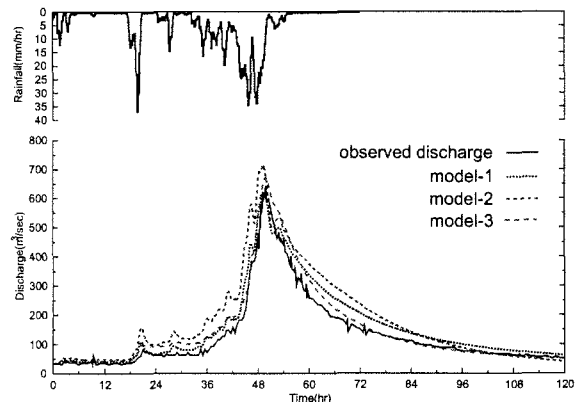


図-8 event-4 における計算流量と観測流量との比較

謝辞：本研究で用いた水文データは（株）九州電力より提供していただいた。流出モデルは椎葉充晴教授・市川温助手（京都大学地球環境学堂）によって開発された計算機プログラム (<http://fmd.dpri.kyoto-u.ac.jp/~flood/geohyos>) を利用し助言を得た。また、科学研究費基盤研究 (B)(2)12450199(京都大学：寶馨代表) の補助を受けた。ここに謝意を表す。

参考文献

- 1) 水理公式集例題プログラム集，平成 13 年版，土木学会，水文編例題 1-9，2002。
- 2) 椎葉充晴・立川康人・市川温・堀智晴・田中賢治：圃場容量・パイプ流を考慮した斜面流出モデルの開発，京都大学防災研究所年報，第 41 号，B-2，pp. 229-235，1998。
- 3) 窪田順平・福嶋義宏・鈴木雅一：山腹斜面における土壌水分変動の観測とモデル化 (II) - 水収支および地下水発生域の検討 -，日林誌，70(9)，pp. 381-389，1988。
- 4) 山田正：山地流出の非線形性に関する研究，水工学論文集，第 47 巻，pp. 259-264，2003。
- 5) 市川温・村上将道・立川康人・椎葉充晴：流域地形の新たな数理表現形式に基づく流域流出系シミュレーションシステムの開発，土木学会論文集，no. 691/II-57，pp. 43-52，2001。

(2003. 9. 30 受付)