

<参考資料3> 貯留関数法とその適用法

1 概説

流域ないし河道を一つの貯水池と考え、貯留量－流出量関係（貯留関数）を運動方程式とし、これを連続式と組み合わせて、流出量を追跡する方法を一般に貯留関数法という。我が国では木村（1961, 1975）の貯留関数法が広く利用されているが、貯留関数法には、有効降雨の扱い、貯留量－流出量関係の二価性の扱い（遅れ時間の扱い）、流出域・浸透域区分の扱い、パラメータ決定法などにおいて、様々な手法が開発されており、その適用に当たっては、各手法の違いとその意味を明確にする必要がある。

また、流出モデルへの入力となる流域平均雨量は、パラメータ推定やハイドログラフの再現性に大きく影響するので、その算定には十分留意する必要がある。

本章では、流域平均雨量、有効降雨の推定法について述べた後、代表的な貯留関数法として、木村の方法、角屋・永井の方法、星・山岡の方法について説明する。さらに、流域平均雨量の推定法に関する参考資料として、山岳部を含むダム流域における流域平均降水量の推定事例を、有効降雨の推定法に関する参考資料として、総雨量－総直接流出量関係の観測事例を紹介する。

2 流域平均雨量

年間を通した水文解析を行う際には、降雨量と降雪量を合わせた降水量を用いるが、融雪洪水を除く洪水流出解析では降雨のみを取り扱う。以下では、原則として降水を降雨、降水量を雨量と表記する。さて、流出解析には対象流域全体に降った面積雨量が必要であるが、これを直接観測することはできない。そこで、複数地点で観測された地点雨量に基づいて、以下の方法で流域平均雨量を推定する。

等雨量線法：流域内外の雨量観測値に基づいて等雨量線を描く。隣接する2本の等雨量線に挟まれる流域内の面積を A_i 、その領域の面積雨量（隣接する等雨量線の値の平均）を P_i とし、次式によって流域平均雨量 P_m を求める。

$$P_m = \frac{\sum_{i=1}^n P_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (1)$$

ここで、 n は領域数である。観測点が多数配置されており、等雨量線を精度良く描くことができれば最良の方法と言えるが、等雨量線の作図には経験を要する。

ティーセン法：流域内の観測点及び流域に隣接する観測点を結ぶ三角網を作り、各辺の垂直二等分線を引くと、それぞれ1つの観測点を内部に含む多数の多角形が描ける（図-1参照）。ある多角形について流域内の面積を A_i 、その領域に含まれる観測点の雨量を P_i とし、(1)式で流域平均雨量 P_m を求める。

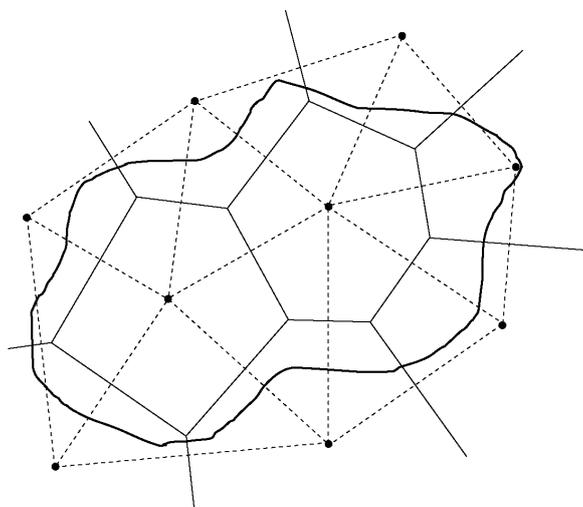
個人差が生じないことから広く用いられているが、観測点が偏りなく配置されている必要がある。

算術平均法：流域内に N 個の観測点があるとき、 N 個の地点雨量の算術平均値を流域平均雨量とする方法である。

支配圏法：ある一つの観測点で代表させることのできる区域（支配圏）を地形、傾斜、気象条件などを考慮して定める方法。

高度法：流域を標高に基づいていくつかの地帯に分割し、各地帯に含まれる観測点の雨量に基づいて地帯別の面積雨量を定め、これを地帯別面積で加重平均して流域平均雨量を求める方法。山岳部を含む流域では、概して標高が高いほど降水量が多くなる傾向が見られるが、そのような傾向が顕著な場合に適

する方法である（補足資料1を参照のこと）。



図一 ティーセン法（点：雨量観測点，点線：三角網，実線：垂直二等分線）

3 有効降雨

(1) 直接流出量の分離

タンクモデルのように有効降雨の計算がモデルに内蔵されている手法を除けば、貯留関数法を始めとする洪水流出解析法の多くは、有効降雨をモデルへの入力、直接流出をモデルからの出力とする。このため、特定出水の有効降雨を算定するためには、観測ハイドログラフから直接流出と基底流出を分離しておく必要がある。

観測ハイドログラフに基づく直接流出量の分離法には、水平分離法、バーンズ法など複数の方法があるが、最近ではハイドログラフ逓減部の折曲点による方法がよく用いられている。これは、出水時のハイドログラフを片対数紙に描き、ピーク発生後の逓減部を折線近似した際の第1折曲点を表面流出の終了時点、第2折曲点を中間流出の終了時点と考えると、ハイドログラフの立ち上がり点と逓減部の第2折曲点を結んだ線を直接流出と基底流出の分離線とする方法である。分離された直接流出量の総和を流域面積で除して流出高に直せば、当該出水の総直接流出高（＝総有効降雨量）が得られる。

(2) 有効降雨モデル

観測ハイドログラフが存在しない予測計算では、流域平均雨量から有効降雨を計算するための有効降雨モデルが必要である。観測ハイドログラフが存在する特定出水の計算（事後解析）においても、直接流出量を分離して求めた総有効降雨量に基づいて、各時刻の有効降雨強度を計算するための有効降雨モデルが必要となる。我が国では、有効降雨モデルとして、飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による方法、雨水保留量曲線法がよく用いられている。その他にも、浸入能方程式による方法、 ϕ index 法、カーブナンバー法など様々な方法がある。

飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による方法：最も単純な有効降雨モデルは、一定の流出率による方法であろう。これは、 $\text{流出率} = \text{総有効降雨量} / \text{総流域平均雨量}$ として、各時刻の降雨強度にこの流出率を乗じたものを有効降雨強度とする方法である。しかしながら、この方法で求めた有効降雨で流出計算を行うと、出水前半の計算流量は過大、出水後半の計算流量は過小になることがしばしばある。そこで、

飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による方法では、出水期間中の流出率を一定とせず、累加雨量が飽和雨量に達するまでは一次流出率 f_1 を用い、累加雨量が飽和雨量に達した後は飽和流出率 f_s に切り替える。有効降雨強度 r_e は、次式で求められる。

$$r_e = f_1 r \quad 0 \leq \sum r < R_{sa} \quad (2-1)$$

$$= f_s r \quad R_{sa} \leq \sum r \quad (2-2)$$

ここに、 r_e ：有効降雨強度 (mm/h)、 r ：観測された流域平均降雨強度 (mm/h)、 R_{sa} ：飽和雨量 (mm)。

対象流域で観測された総雨量－総直接流出量関係に折れ線を当てはめれば、直線の勾配から一次流出率 f_1 と飽和流出率 f_s が、折曲点の雨量から飽和雨量が求められる。図-2 に土器川（香川県）と遠賀川（福岡県）で観測された総雨量－総直接流出量関係に、平均的な乾湿状態を表す折れ線を挿入した事例を示す（補足資料 2 から抜粋）。土器川では $R_{sa} = 200\text{mm}$ 、 $f_1 = 0.72$ 、 $f_s = 1.0$ 、遠賀川では $R_{sa} = 270\text{mm}$ 、 $f_1 = 0.28$ 、 $f_s = 0.65$ となっている。土器川のように飽和流出率 f_s が 1.0 となる事例が少なくないが、遠賀川のように 1.0 とはならない場合もあることに注意すべきである。また、飽和雨量・飽和流出率を設定せずに一次流出率だけで有効降雨を求めた方がよい場合もある。

なお、特定出水の計算（事後解析）では、飽和雨量を調節するなどの工夫によって、総雨量－総直接流出量関係における当該出水のプロット点を通過する折れ線を設定する必要がある。これにより、総有効降雨量を観測された総直接流出量に合致させることができる。

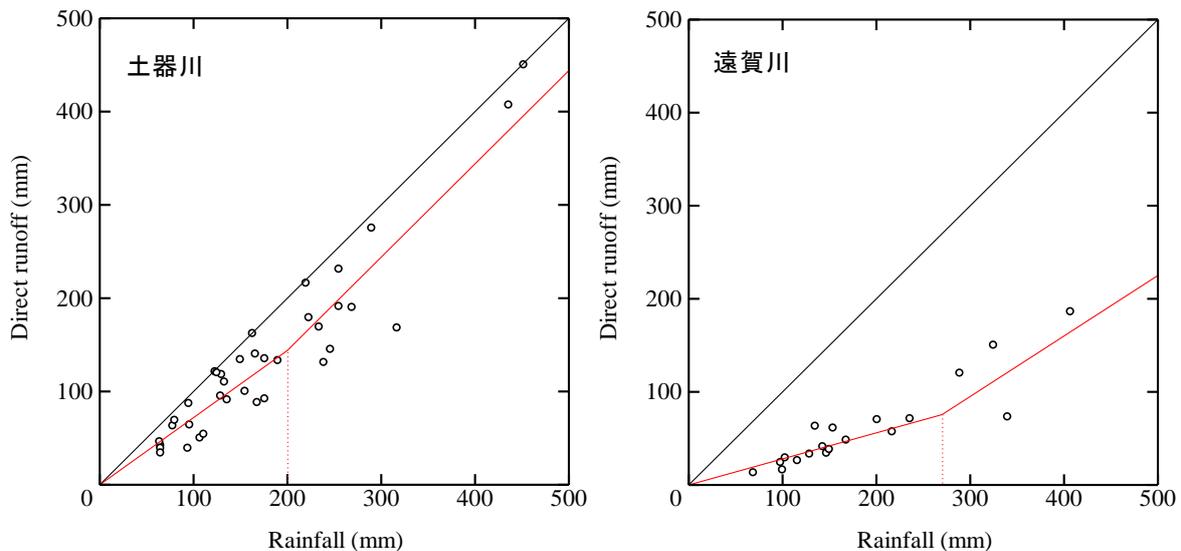


図-2 総雨量－総直接流出量関係（土器川・遠賀川の事例）

雨水保留量曲線法：一降雨の総雨量から総直接流出量を差し引いたものを雨水保留量という。この雨水保留量を求めて総雨量－雨水保留量関係をグラフにプロットした後、プロットされた点群の上方を包絡する曲線を描いて、これを乾燥状態での雨水保留量を表す標準曲線とする。特定出水の計算（事後解析）では、標準曲線に形状が類似していて、当該出水のプロット点を通過する曲線を設定し、この曲線に基づいて各時刻の有効降雨強度を計算する。図-3 に土器川と遠賀川で観測された総雨量－雨水保留量関係とそれを包絡する標準曲線を例示する。例えば、遠賀川において、プロット点 A の出水に対する有効降雨を計算するには、点線で表したような曲線を利用すればよい。

(3) 乾湿状態を表す指標

図-2, 図-3によると, 総雨量がほぼ同じであっても総直接流出量, 雨水保留量は出水ごとにかなり異なることが分かる. このような出水ごとの違いには, 降雨波形の影響もあるが, 出水直前の乾湿状態

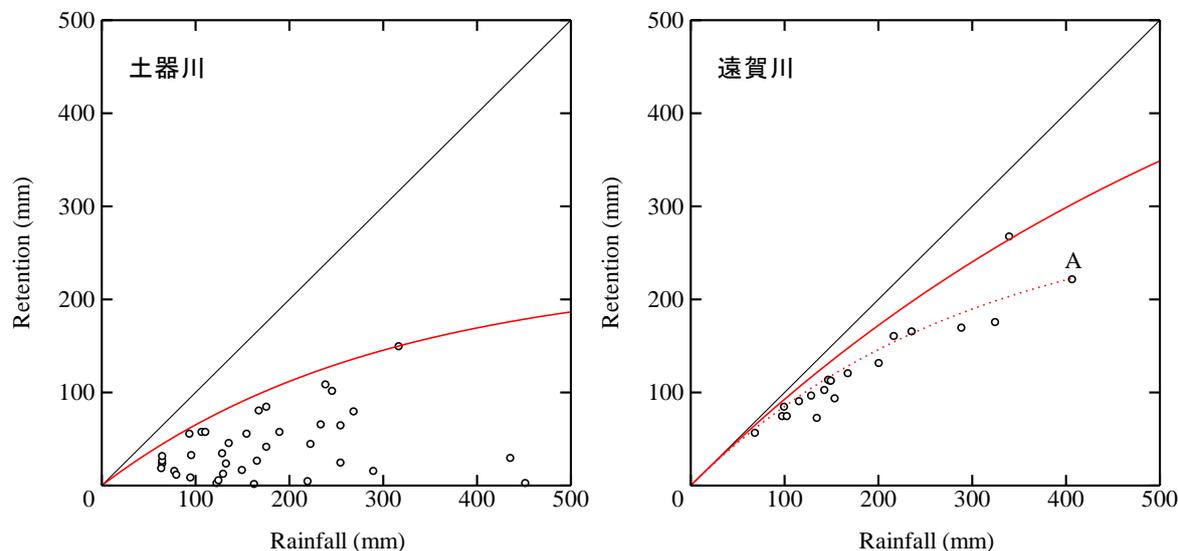


図-3 雨水保留量曲線 (土器川・遠賀川の事例)

の影響が大きい. 流域の乾湿状態を表す指標には, 前期無降雨日数, 先行降雨指数 (API), 初期流量などがある. 前期無降雨日数は, 当該出水前の無降雨日数であり, この日数が長いほど乾燥, 短いほど湿潤である. 先行降雨指数 (API) は, 当該出水前 20~30 日間の日雨量に対して, 出水直前の降雨に大きい重みを, 出水から離れた降雨に小さい重みを乗じて加重和を求めたもので, 降雨履歴を考慮した指標である. この指数は, 小さいほど乾燥, 大きいほど湿潤である. 一方, 初期流量は, 出水直前における基底流量の大きさに基づいて乾湿状態を表すもので, 洪水直前流量ともいう. 初期流量は, 小さいほど乾燥, 大きいほど湿潤である. これらの指標を利用して, 総雨量-総直接流出量関係 (流出率) や総雨量-雨水保留量関係に対する乾湿の影響を説明しようとした検討事例は多い.

4 貯留関数法

(1) 代表的な貯留関数法

流域ないし河道を一つの貯水池と考え, 貯留量-流出量関係 (貯留関数) を運動方程式とし, これを連続式と組み合わせて, 流出量を追跡する方法を一般に貯留関数法という. 貯留関数には複数の提案があり, 以下の 3 モデルが代表的である (土木学会, 1989).

$$\text{木村のモデル (1961)} \quad s = kq^p \quad (3)$$

$$\text{Prasad のモデル (1967)} \quad s = k_1q^{p_1} + k_2dq/dt \quad (4)$$

$$\text{星・山岡のモデル (1982)} \quad s = k_1q^{p_1} + k_2dq^{p_2}/dt \quad (5)$$

ここに, s : 流域の貯留量, q : 直接流出量, k, k_1, k_2, p, p_1, p_2 : パラメータ, t : 時間.

観測データに基づいて, 流域の貯留量 s と直接流出量 q の関係をグラフにプロットすると, 図-4 のように, 直接流出量の上昇部と下降部でループを描き, 貯留量-流出量関係が二価関数となることが多

い。木村は、遅れ時間の概念を導入することでループが解消でき、貯留量－流出量関係を一価関数として扱えることを示した。一方、Prasad のモデルと星・山岡のモデルでは、非定常項を導入することで貯留量－流出量関係の二価性を表現している。

(2) 木村の貯留関数法

木村 (1961, 1975) の貯留関数法は、上述のように、遅れ時間の概念を導入している点に最大の特徴

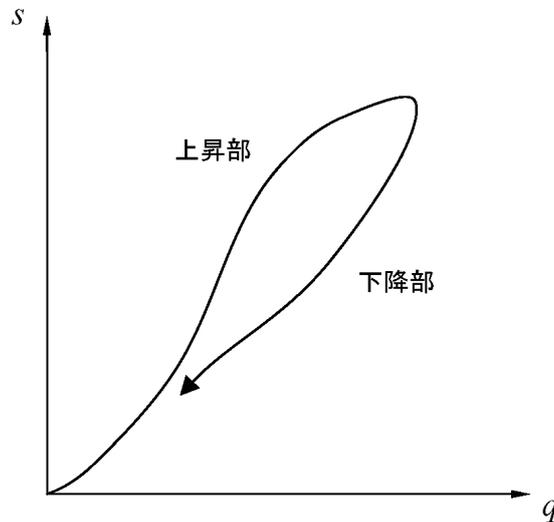


図-4 貯留量－流出量関係

がある。対象流域を複数の流域ブロック（サブ流域）と複数の河道ブロックが連結したものと表現した上で、1つの流域ブロックを流出域と浸透域に分割し、各領域の計算流量を合算して、流域ブロック下流端の計算流量としている点にも特徴があり、その流出域・浸透域の扱いと有効降雨の扱いは一体となっている。以下、流域・河道ブロックの基礎式とパラメータ決定法について説明する。

流域ブロック：流域ブロック（サブ流域）の基礎式は、次の通りである。

$$s_l = kq_l^p, \quad ds_l/dt = r_e - q_l \quad (6)$$

ここに、 s_l ：みかけの貯留量 (mm), q_l ：遅れ時間 T_l (h) を考慮した直接流出量 (mm/h). $q_l(t) = q(t + T_l)$ で、 q が求めるべき直接流出量. r_e ：有効降雨強度 (mm/h), t ：時間 (h), k, p, T_l ：パラメータ。

(6)式は、面積率 f_1 の流出域と面積率 $f_s - f_1$ の浸透域にそれぞれ適用され、流出域と浸透域の有効降雨強度 r_e は、それぞれ次式で求められる。 f_1 は一次流出率、 f_s は飽和流出率で、大抵は $f_s \cong 1$ とする。

$$\text{流出域} \quad r_e = r \quad (7-1)$$

$$\text{浸透域} \quad r_e = 0 \quad 0 \leq \sum r < R_{sa} \quad (7-2)$$

$$= r \quad R_{sa} \leq \sum r \quad (7-3)$$

ここに、 r ：観測された流域平均降雨強度 (mm/h), R_{sa} ：飽和雨量 (mm)。

流域ブロック（サブ流域）末端の計算流量は、流出域及び浸透域における計算直接流出量に基づいて次式で求められる。

$$Q_{cat} = \frac{1}{3.6} \cdot f_1 \cdot A \cdot q_r + \frac{1}{3.6} \cdot (f_s - f_1) \cdot A \cdot q_i + Q_b \quad (8)$$

ここに、 Q_{cat} ：流域ブロック（サブ流域）末端の計算流量 (m^3/s), q_r ：流出域の計算直接流出量 (mm/h), q_i ：浸透域の計算直接流出量 (mm/h), A ：流域面積 (km^2), Q_b ：基底流量 (m^3/s)。

流域ブロックのパラメータは、有効降雨に関わるパラメータ R_{sa}, f_1, f_s と流出計算に関わるパラメータ k, p, T_l であるが、木村の貯留関数法では、当初、流域を流出域と浸透域に分割せずにパラメータ k, p, T_l を決定した後、実際の流出計算に際しては、パラメータ R_{sa}, f_1, f_s を決定して、流出域と浸透域に分割した上述の計算を実施するという手順が一般的である。

パラメータ k, p, T_l は、次の手順で決定できる (図-5 参照, 土木学会, 1985)。

- ① T_l を仮定する (最初は $T_l = 0$ とおく)。
- ② 観測ハイドログラフから基底流量を差し引いて、直接流出量のハイドログラフ (q) を得る。
- ③ 直接流出量のハイドログラフ q を負の時間方向へ T_l だけ平行移動させたものを q_l とする。
- ④ 流量 q_c (ピーク流出量の 1~2 割) を設定し、ハイドログラフ q_l について増水期に流量が q_c となる時刻を t_1 , 減水期に流量が q_c となる時刻を t_2 とする。
- ⑤ 次式より平均流入係数 f を計算する。

$$f = \int_{t_1}^{t_2} q_l dt / \int_{t_1}^{t_2} r dt \quad (9)$$

- ⑥ 次式より $s_l(t)$ を計算する。ここで $s_l(t_1) = 0$ とする。

$$s_l(t) - s_l(t_1) = \int_{t_1}^t f \cdot r dt - \int_{t_1}^t q_l dt \quad (10)$$

- ⑦ 両対数紙の横軸に $q(t)$, 縦軸に $s_l(t)$ をプロットして、直接流出量-貯留量関係を描く (図-4)。図-4 のように、直接流出量-貯留量関係が時計回りのループを描くときは T_l を大きくし、反時計回りのときは T_l を小さくして、ループが小さくなるまで①~⑦の手順を繰り返す。
- ⑧ T_l を変えてもループが小さくならないことが分かれば、そのときの T_l を遅れ時間とし、直接流出量-貯留量関係図の勾配から p を、 $q_l = 1$ のときの s_l から k を決定する。

以上の手順でパラメータ k, p, T_l を決定した後、パラメータ R_{sa}, f_1, f_s を決定する。これらの決定には① f_1 を仮定して R_{sa} を計算する方法, ②累加曲線 ($f_1 = 1, R_{sa} = 0$ としたときの累加計算流出高と累加観測流出高の関係) による方法, ③過去の洪水の総雨量-総直接流出量関係図から推定する方法がある (建設省水文研究会, 1975)。

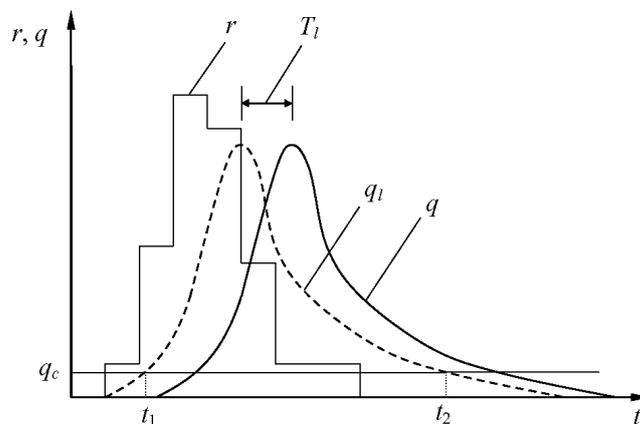


図-5 雨量及び直接流出量の観測データに基づく貯留量計算

河道ブロック：河道ブロックでは、上流側の流域ブロックないし河道ブロックからの流出量、残流域ブ

ロックからの流出量を河道ブロックへの流入量として、河道流の追跡計算を行う。その際、河道貯留量（河道内に貯留された流水の体積）と河道ブロック末端からの流出量の間には貯留関数を当てはめる。不定流の貯留関数として導出された基礎式は、次式の通りである（木村, 1975; 建設省水文研究会, 1975）。

$$S_l = KQ_l^P - T_{lc}Q_l, \quad dS_l/dt = I - Q_l \quad (11)$$

ここに、 S_l : みかけの貯留量 (m^3)、 Q_l : 遅れ時間 T_{lc} (s) を考慮した流出量 (m^3/s)。 $Q_l(t) = Q(t+T_{lc})$ で、 Q が求めるべき河道ブロック末端の流出量。 I : 河道ブロックへの流入量 (m^3/s)、 t : 時間 (s)、 K, P, T_{lc} : 河道ブロックのパラメータ。

ただし、 S_l (m^3) の代わりに、これを 3600 で除したものをを用いて、 S_l ($(\text{m}^3/\text{s}) \cdot \text{h}$) と表記することもある。このとき、時間 t と遅れ時間 T_{lc} の単位は (h) であり、パラメータ K は、 S_l (m^3) としたときの K 値を 3600 で除したものになる（土木学会, 1988）。

河道ブロックの貯留関数（運動方程式）は、簡便のため $S_l = KQ_l^P$ とすることも多い。なお、(11)式に示した貯留関数では、 Q_l が非常に大きいとき、 Q_l の増加に伴って S_l が減少することがある。これは Q_l の増加に伴って遅れ時間 T_{lc} を小さくすべきところ、これを一定にしたことによる矛盾で、この式に適用限界を付けるか、 K, P を決め直した上で $S_l = KQ_l^P$ を適用する（建設省水文研究会, 1975）。

パラメータ K, P, T_{lc} は次の手順で求める。まず、等流計算ないし不等流計算によって、いくつかの流量に対する貯留量を計算する。次いで、遅れ時間 T_{lc} を仮定して、両対数紙に先の流量－貯留量関係をプロットすれば、勾配と $Q_l = 1$ のときの S_l から P, K が決まる。なお、貯留関数に $S_l = KQ_l^P - T_{lc}Q_l$ を採用するときは、流量－貯留量関係図の横軸を Q_l 、縦軸を $S_l + T_{lc}Q_l$ とする。次いで、流入量と流出量の観測データに基づいて、遅れ時間 T_{lc} を仮定した上で、両対数紙に流量－貯留量関係をプロットし、流量－貯留量関係がほぼ一価の関係を示すときの遅れ時間を採用する（土木学会, 1988）。定流の貯留関数と洪水流の貯留関数の関係に基づいて、遅れ時間 T_{lc} を推定する方法も提示されている（木村, 1975）。

数値計算法：流域ブロックの(6)式、河道ブロックの(11)式ともに、連続式左辺の貯留量に運動方程式の右辺を代入すれば、流量に関する常微分方程式が得られる。そこで、数値計算においては、常微分方程式の数値解法であるルンゲ・クッタ法や修正オイラー法などを適用する。また、常微分方程式を差分化した後、ニュートン・ラフソン法などの反復近似計算法を適用して解く方法もある。

パラメータの総合化：先に述べた通り、流域・河道のパラメータは、雨量・流量の観測データに基づいて流域ごとに決定すべきであるが、観測データが得られない場合も多い。そこで、木村 (1975) は、全国 10 数流域の解析に基づき、山地河川流域に対する総合貯留関数として、次式を提示している。

$$s_l = 40.3q_l^{0.5} \quad (12)$$

さらに、木村 (1975) は、流域の遅れ時間 T_l について、次式を提示している。

$$T_l = 0.0470L - 0.56 \quad (L > 11.9 \text{ km}), \quad T_l = 0 \quad (L \leq 11.9 \text{ km}) \quad (13)$$

ここに、 T_l : 遅れ時間 (h)、 L : 流路延長（流出地点から流路に沿って流域内最遠点までの距離, km）。

また、河道の遅れ時間 T_{lc} については、次のような経験式がある（建設省水文研究会, 1975）。

$$T_{lc} = (7.36 \times 10^{-4}) \times L \cdot I^{-0.5} \quad (14)$$

ここに、 T_{lc} : 河道の遅れ時間 (h)、 L : 河道区間延長 (km)、 I : 河道平均勾配。

その他、流域のパラメータ k, p を流域平均勾配の関数とし、 T_l を流路延長の関数として表した利根川経験式、 $p = 1/3$ として k を流路延長、流域平均勾配、流域粗度の関数としたリザーブ法がある（国土技術研究センター, 2001）。

(3) 角屋・永井の適用法

木村の貯留関数法は、パラメータ k, p, T_l を決定する際のモデル構造（流域分割せず、平均流入係数で有効降雨を計算）と、実際に流出計算を行う際のモデル構造（流域を流出域と浸透域に分割し、(7)式で各領域の有効降雨を計算）が一致していない点が難点である。また、流出域・浸透域の扱いと飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による有効降雨の計算は一体となっているため、有効降雨の計算方法について解析者の裁量が入る余地はあまりない。それに対して、角屋・永井（1980）の方法では、遅れ時間を導入した木村の貯留関数法の基本概念はそのまま踏襲しつつも、流域ブロック（サブ流域）を流出域と浸透域に分割せず、1つの流域ブロックは一括モデルとして流出計算を行っている。このため、有効降雨の計算には、どのような方法でも適用可能である。ただし、流出モデルそのものは木村の貯留関数法であることに変わりはないので、以下では、角屋・永井の適用法と呼称することにする。

流域ブロック：流域ブロック（サブ流域）の基礎式は、木村の貯留関数法の(6)式と同じであるが、角屋・永井の適用法では、いずれかの方法であらかじめ有効降雨を計算しておく、これを入力データとする。流域ブロックは、流出域と浸透域には分割しない。飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による方法で有効降雨を推定する場合は(2)式を用いればよい。永井ら（1982）、杉山・角屋（1988a）は、有効降雨の推定誤差がパラメータ同定に關与することを避けるためには、観測流出量の総和と計算流出量の総和を一致させることが必須であるとして、雨水保留量曲線法を使用している。流域ブロック（サブ流域）末端の計算流量 Q_{cat} (m^3/s) は、計算直接流出量 q (mm/h) に基づいて次式で求められる。

$$Q_{cat} = \frac{1}{3.6} \cdot A \cdot q + Q_b \quad (15)$$

ここに、 A ：流域面積 (km^2)、 Q_b ：基底流量 (m^3/s)。

パラメータ k, p, T_l は、木村の方法で述べた貯留量－流出量関係図に基づく方法で決定できるが、有効降雨はあらかじめ計算しておくので、平均流入係数の計算は不要である。永井ら（1982）、杉山・角屋（1988a）は、基準化 Powell 法（SP 法）などの非線形最適化手法を用いて、計算ハイドログラフが観測ハイドログラフによく適合するときのパラメータ k, p, T_l を同定している。

河道ブロック：河道ブロックの基礎式は、次式としている（変数の意味は(11)式に同じ）。

$$S_l = KQ_l^P, \quad dS_l/dt = I - Q_l \quad (16)$$

パラメータ K, P は、河道の平均断面に対して数種の水深を想定し、Manning 式で求めた流出量と貯留量の関係を両対数紙にプロットして、それに当てはめた直線から決定する（角屋・永井，1980）。一方、遅れ時間 T_{lc} は、流入量のピーク値 I_* の伝播速度から決まるものとして、次のように求める（永井ら，1982；杉山ら，1988b）。まず、ピーク流入量の伝播時間 t_w は次式で表される。

$$t_w = L \cdot K \cdot P / I_*^{1-P} \quad (17)$$

ここに、 L ：対象ブロックの河道長。

この t_w に基づいて、次式で T_{lc} を推定する。

$$T_{lc} = t_w - t_0 \quad (t_w > t_0), \quad T_{lc} = 0 \quad (t_w < t_0) \quad (18)$$

ここに、 t_0 ：河道ブロックの上流端ピーク流量発生時刻と下流端ピーク流量発生時刻の時間差。

数値計算法：木村の貯留関数法と同様である。

パラメータの総合化：永井ら（1982）は、貯留関数法と表面流モデルの相互関係及び最適定数と流域水文地形量の関係に基づいて、次のような山地河川流域の定数推定式を提案している。

$$p=0.6, k=5.5A^{0.14}, T_l=0.95A^{0.14}\bar{r}_e^{-0.4} \quad (19)$$

ここに、 A ：流域面積 (km^2)、 r_e ：ピーク流量 q_p (m^3/s) の有効降雨強度換算値 (mm/h)、 $r_e = 3.6q_p / A$ 。

さらに、杉山ら (1988b) は、永井らのデータに開発地・市街地のデータを追加して同様の検討を行い、土地利用形態を考慮した定数推定式として、次式を提案している。

$$p=0.6, k=\beta A^{0.14}, T_l=\gamma A^{0.14}\bar{r}_e^{-0.4} \quad (20)$$

ここに、自然山地・丘陵林地で $\beta=5, \gamma=1$ 、開発地・半市街地で $\beta=1, \gamma=1$ 、市街地で $\beta=0.5, \gamma=0.5$ 。

(4) 星・山岡の貯留関数法

星・山岡 (1982) は、貯留関数法と表面流モデルの相互関係に基づいて、貯留量－流出量関係の二価性を表現するのに適切な構造式を検討し、新たな貯留関数法を提示している。

流域ブロック：流域ブロック (サブ流域) の基礎式は、次の通りである。なお、流域ブロック (サブ流域) 末端の計算流量 Q_{cat} (m^3/s) は、次式で得た直接流出量 q (mm/h) から (15) 式で求められる。

$$s=k_1q^{p_1}+k_2d(q^{p_2})/dt, ds/dt=r_e-q \quad (21)$$

ここに、 s ：貯留量 (mm)、 r_e ：有効降雨強度 (mm/h)、 t ：時間 (h)、 k_1, k_2, p_1, p_2 ：流域パラメータ。

星らは、流域平均降雨強度に一定の流出率 f を乗じて、有効降雨強度を計算しているが、最近は損失項を含む貯留関数法 (馬場ら, 1999) や地下水流出成分を表す 2 段目タンクへの浸透を考慮した貯留関数法 (馬場ら, 2001) も提示している。流域パラメータ k_1, k_2, p_1, p_2 は、ニュートン法などの非線形最適化手法を用いて、計算ハイドログラフが観測ハイドログラフによく適合するように決定されるが、後で示す(24)式を用いて、パラメータを f_c, f の 2 個に集約する方法が提案されている。

河道ブロック：河道ブロックでも貯留量－流出量関係の二価性を表現した次の基礎式が用いられる。

$$S=k_3Q^{p_3}+k_4d(Q^{p_4})/dt, dS/dt=I-Q \quad (22)$$

ここに、 S ：貯留量 (m^3)、 Q ：流出量 (m^3/s)、 I ：河道ブロックへの流入量 (m^3/s)、 t ：時間 (s)、 k_3, k_4, p_3, p_4 ：河道パラメータ。河道パラメータについては、雨水流法の河道定数と降雨波形に基づいてこれらを定める近似式が提示されている (北海道河川防災研究センター・研究所, 2009)。

数値計算法：(21)式を解く際には、次のような変数変換を行い、 $X=(x_1, x_2)$ についての微分方程式を線形化手法で解く。

$$x_1=q^{p_2}, x_2=d(q^{p_2})/dt \quad (23)$$

パラメータの総合化：星・村上 (1987) は、貯留関数法と表面流モデルの相互関係に基づいて、次式を提案している。

$$k_1=2.823f_cA^{0.24}, k_2=0.2835\bar{r}_e^{-0.2648}, p_1=0.6, p_2=0.4648 \quad (24)$$

ここに、 f_c ：流域平均粗度で、 $f_c=(n/\sqrt{i})^{0.6}$ 、 n ：等価粗度 ($\text{s}/\text{m}^{1/3}$)、 i ：平均斜面勾配、 A ：流域面積 (km^2)、 \bar{r}_e ：平均有効降雨強度 (mm/h)。

引用文献

- 馬場仁志・星 清・橋本識秀 (1999)：損失機構を組み合わせた貯留関数モデルの総合化, 水工学論文集, 第 43 巻, pp.1085-1090
- 馬場仁志・星 清・藤田睦博 (2001)：蒸発散および浸透を組み合わせた二段貯留関数型流出モデルの開発, 水文・水資源学会誌, Vol.14, No.5, pp.364-375
- 土木学会 (1985)；水理公式集 (昭和 60 年版)

- 土木学会 (1988) : 水理公式集例題集 (昭和 60 年版)
- 土木学会 (1989) : 第 13 編 水文学・気象学, 土木工学ハンドブック (第 4 版), 技報堂出版
- 北海道河川防災研究センター・研究所 (2009) : 「複合流域系洪水予測システム理論」解説書
- 星 清・山岡 勲 (1982) : 雨水流法と貯留関数法の相互関係, 第 26 回水理講演会論文集, pp.273-278
- 星 清・村上泰啓 (1987) : 小流域における総合貯留関数法の開発, 第 31 回水理講演会論文集, pp.107-112
- 角屋 睦・永井明博 (1980) : 流出解析手法 (その 10) -4. 貯留法-貯留関数法による洪水流出解析-, 農業土木学会誌, 第 48 卷 10 号, pp.43-50
- 建設省水文研究会 (編) (1975) : 流出計算例題集 2, (社) 全日本建設技術協会
- 木村俊晃 (1961) : 貯留関数法による洪水流出追跡法, 建設省土木研究所
- 木村俊晃 (1975) : 貯留関数法, 河鍋書店
- 国土技術研究センター (2001) : 参考資料 流出解析システム (Ver2.3) の解析手法について
- 永井明博・角屋 睦・杉山博信・鈴木克英 (1982) : 貯留関数法の総合化, 京都大学防災研究所年報, 第 25 号 B-2, pp.207-220
- Prasad, R. (1967): A nonlinear hydrologic system response model, Proc. ASCE, Vol.93, No.HY4, pp.201-221
- 杉山博信・角屋 睦 (1988a) : 貯留関数モデル定数に関する一考察, 農業土木学会論文集, 第 133 号, pp.11-18
- 杉山博信・角屋 睦・永井明博 (1988b) : 総合貯留関数モデルに関する研究, 農業土木学会論文集, 第 134 号, pp.69-75
- 補足資料 1 山岳部を含むダム流域における流域平均降水量の扱いについて
- 補足資料 2 総雨量と総直接流出量の観測事例について

補足資料 1 山岳部を含むダム流域における流域平均降水量の扱いについて

山岳部を含むダム流域では、降水量の空間的な変動が激しく、流域平均降水量の把握が難しい場合がある。ここでは、降水量が標高によって大きく変化する奈良県紀ノ川上流の大迫ダム流域において、流域平均降水量を推定した事例（角屋・田中丸，1995）を紹介する。

大迫ダム流域（図-1）は、奈良県紀ノ川上流、吉野川最上流部に位置しており、地形は高峻な褶曲山地で、流域面積は114.8km²である。流域の標高は、ダム地点のほぼ400mから大普賢岳山頂の1780mまで大きく変化し、平均標高は860mである。ダムの本格運用が開始された1974年から1984年までは、ダム（標高400m）、栃谷（430m）、筏場（430m）、大台ヶ原（1520m）にロボットテレメータ方式の4雨量観測所が配置されており、1985年には流域北側に北股雨量観測所が新設された。大台ヶ原は、我が国最大級の豪雨地帯として知られている。

表-1は、1974～1985年の12年間について、ダム、栃谷、筏場、大台ヶ原の年降水量と年間ダム流入量を示したものである。これによると、ダム、栃谷、筏場の下流側3地点の年降水量は、標高1520mに位置する大台ヶ原のそれに比べて著しく少なく、いずれも年間ダム流入量よりも小さい。このような状況にもかかわらず、大台ヶ原は冬期降雪のため毎年約5ヶ月間欠測となり、流域平均降水量の把握をさらに難しくしている。

当初、一降水ごとの流域平均降水量の推定には、算術平均法やティーセン法が検討されたが、水収支の点で過小推定になることが多く、不都合と判断された。そこで、雨量特性を種々吟味の結果（要点後述）、次の方法（高度法）が採用された。

- ① 表-2のように、流域を標高別に4地帯に分割し、第1地帯降水量には下流側3地点（ダム、栃谷、筏場）の観測値の算術平均値を、第3、4地帯の降水量には、大台ヶ原の値をそのまま採用する。
- ② 第2地帯の降水量は、第1地帯の1.3倍とする。
- ③ 大台ヶ原が欠測のとき、第3、4地帯の降水量は、第1地帯の1.8倍とする。
- ④ 全流域の平均降水量は、各地帯の面積をウェイトとした加重平均値とする。

上述の方法では、次のような実態が考慮されている。

- i) 大台ヶ原の降水量を面積比の小さい第4地帯に限定すると、水収支の点で降水量不足となるが、第3地帯も含めると、水収支は均衡する。
- ii) 第2地帯には雨量観測所がないが、水収支の検討の結果、第1地帯の1.3倍と推定された。
- iii) 1974～1983年の10年間において、4地点とも降雨が観測されている日の降雨量を調べると、下流側3地点の値に大きな差はなく、その算術平均値に対する大台ヶ原の降雨量の平均比率は1.8倍となった。

ここで、年間水収支の検討には、Hamon法による蒸発散量を用いている。この結果、流域平均の年降水量は1731～3705mmとなり、12年間の平均で2770mmと見積もられた。なお、冬期については、菅原の方法で地帯別に積雪量・融雪量を推定する。

上述の方法で推定した流域平均降水量を用いて、長短期流出両用モデルによる連続時間解析を実施した結果についても簡単に述べる。1974～1975年（2年間）の資料を用いてパラメータ及び初期水深を最適同定した後、1976～1985年（10年間）の資料を用いて検証計算を行ったところ、日流出高の相対誤差は12年間の平均で17.2%と小さく、水収支についても妥当な結果が得られた。さらに、観測流量100m³/s

以上（＝比流量約 $1\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$ 以上）で評価した 34 出水時の平均相対誤差は 23.3% となり、長期・短期ともにハイドログラフの再現性は良好と判断された。

大迫ダムでは、これらの成果に基づいて構築された実時間洪水予測システム（長短期流出両用モデルに拡張カルマンフィルタによる状態修正法を導入したもの）が 1986 年から実用に供され、継続的に使用されている。ただし、流域平均降水量の推定については、第 1 地帯の平均降水量の計算に北股雨量観測所のデータが追加された他、洪水ハイドログラフの再現性をさらに向上させることを目的として、様々な改良が検討されてきている（永井ら，2003）。

流域平均降水量の推定は、流出解析において重要なポイントの一つであるが、とかく安易に取り扱われがちである。本稿の事例は、大台ヶ原という我が国有数の豪雨地帯を擁した流域という点でかなり特異なケースではあるが、山岳部を含み降水量の空間的な変動が激しい流域において、流域平均降水量を推定する方法の一例として紹介した。

引用文献

角屋 睦・田中丸治哉（1995）：長短期流出両用モデルによる実時間洪水予測，農業土木学会論文集，第 177 号，pp.31-41

永井明博・田中丸治哉・角屋 睦（2003）：ダム管理の水文学—河川流域の洪水予測を中心として—，森北出版

表一 各雨量観測所における年降水量と年間ダム流入量（mm 単位）

年	ダム	栃谷	筏場	大台ヶ原	ダム流入量
1974	2363 (1)	2450 (32)	2605 (0)	3896 (134)	2662 (0)
1975	2449 (0)	2894 (0)	2688 (0)	4143 (133)	2951 (0)
1976	1944 (23)	2087 (0)	1179 (99)	3200 (154)	2289 (0)
1977	1262 (1)	1533 (0)	1405 (17)	2587 (154)	1872 (0)
1978	1041 (0)	1556 (0)	1177 (0)	1620 (149)	1319 (0)
1979	1554 (0)	2651 (0)	2105 (0)	3252 (146)	2204 (0)
1980	2044 (0)	1952 (8)	2501 (0)	2882 (150)	2237 (0)
1981	1611 (6)	1760 (0)	1597 (0)	2548 (146)	1796 (0)
1982	2518 (0)	2871 (4)	2823 (3)	3864 (153)	3146 (0)
1983	1893 (0)	1839 (0)	1878 (0)	2451 (126)	1929 (0)
1984	1490 (0)	1669 (0)	1597 (0)	2397 (147)	1753 (0)
1985	1861 (0)	1974 (0)	1851 (0)	2665 (139)	2102 (3)
合計	22025 (31)	25236 (44)	23406 (119)	35505 (1731)	26261 (3)

注) 括弧内の数字は欠測日数

表-2 流域の地帯分割

地帯	標高 (m)		面積率 (%)	雨量観測所 (標高)
	範囲	平均		
1	400~700	550	26	ダム (400), 栃谷 (430), 筏場 (430)
2	700~1000	850	45	
3	1000~1300	1150	25	
4	1300~1780	1450	4	大台ヶ原 (1520)

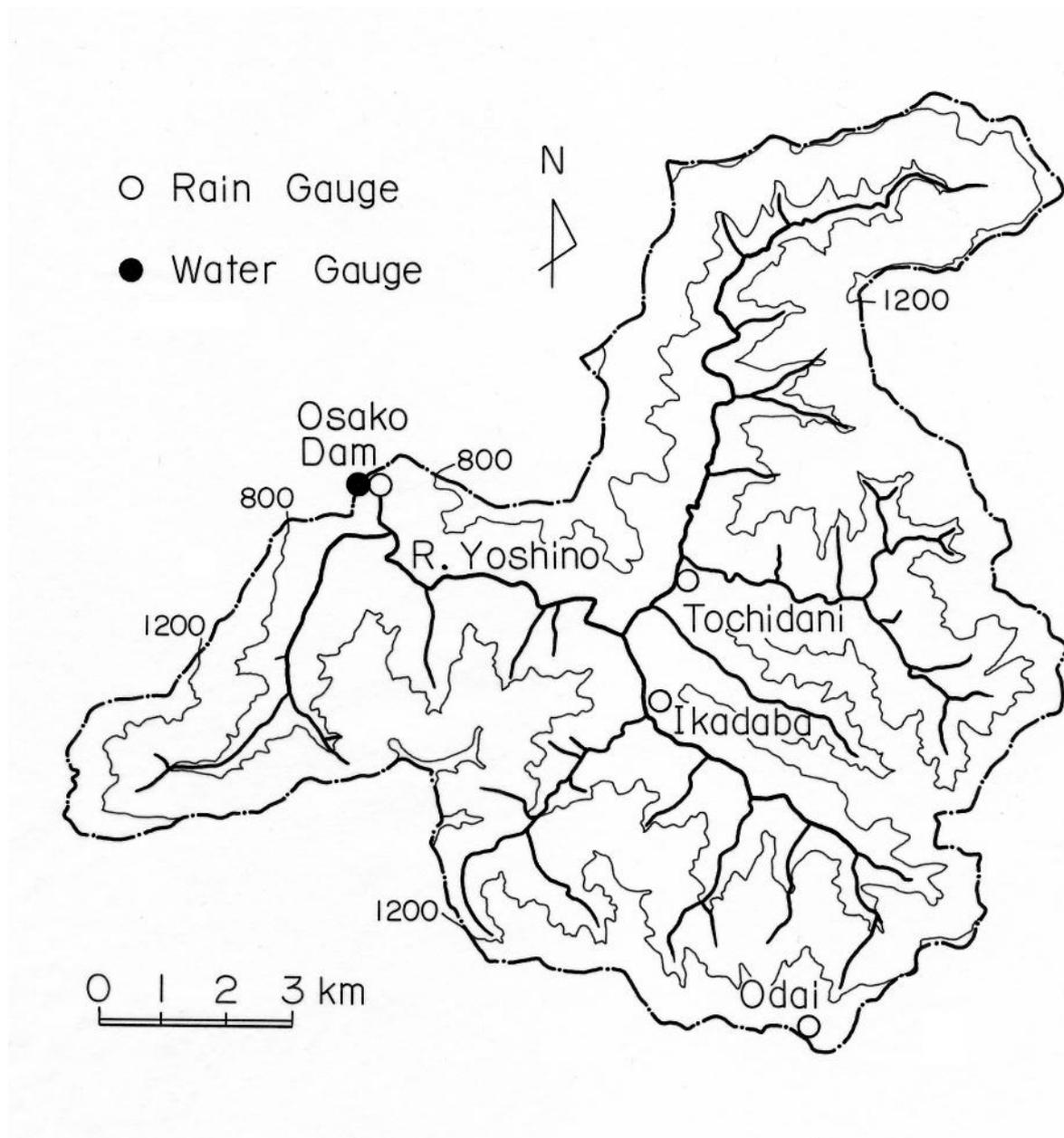


図-1 大迫ダム流域の概要

補足資料2 総雨量と総直接流出量の観測事例について

分科会は、国土交通省に対して総雨量－直接流出量データの提供を要請した。具体的には、利根川に限らず、地質が一樣で上流にダムがなく、流域内に複数の雨量観測所（特に標高の高いところの雨量観測所）がある流域について、6～10月に観測された出水時（中小洪水から大洪水）の総雨量と総直接流出量の提供を求めた。これに対して、国土交通省からは、主として西日本の8河川流域で観測された総雨量－直接流出量データが提供された。

ここでは、提供されたデータに基づいて総雨量－総直接流出量関係図を作成し、飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による有効降雨モデル（折れ線グラフ）を挿入した結果を提示して、総雨量と総直接流出量の観測事例とする。

表－1に流域の所在（水系、河川、流量観測所、都道府県）と流域面積を示す。流域面積は、最小で42km²（遠賀川）、最大で97km²（砂川）であり、いずれも100km²以下の中小流域である。提供された総雨量は、砂川・芦田川・印賀川・遠賀川では2地点、浅川・鈴鹿川では3地点、土器川では4地点、重信川では5地点の雨量観測所のデータから求められたもので、対象出水の個数は、最少で6出水（浅川・印賀川）、最多で44出水（砂川）である。

図－1に各流域の総雨量－総直接流出量関係をプロットした結果を示す。これらの図には、45°線とともに、飽和雨量・一次流出率・飽和流出率による有効降雨モデル（折れ線グラフ）を当てはめた結果も示している。この折れ線グラフは、プロットされた点群の中間付近を通過するもので、平均的な乾湿状態に対応しており、以下の手順で作図した。まず、飽和雨量 R_{sa} を目分量で定めた後、総雨量が飽和雨量以下となる出水の流出率の平均値を取って、一次流出率 f_1 とした。浅川と芦田川には、一次流出率で表される直線のみを挿入し、飽和雨量を設定していない。これら2河川以外で、総雨量が飽和雨量を上回る出水に対しては、飽和流出率 f_s を1とした直線を当てはめたが、遠賀川では $f_s = 0.65$ とした。遠賀川では $f_1 = 0.28$ で全般に流出率が小さく、飽和雨量も270mmと大きい。

表－2には、各流域の主な地質（最も面積占有率が高い地質区分）と、一次流出率 f_1 、飽和雨量 R_{sa} 、飽和流出率 f_s の値を示す。一次流出率 f_1 は0.28～0.72、飽和雨量は150～270mmとなった。地質が堆積岩類（和泉層群：礫岩・砂岩・泥岩）に分類される土器川と重信川は、いずれも一次流出率 f_1 が大きめで透水性が小さい。一方、花崗岩類に分類される流域には、飽和雨量を設定していない芦田川、全般に流出率が小さい遠賀川のような良透水性の流域に加えて、一次流出率が大きく飽和雨量が小さい鈴鹿川と印賀川が含まれており、一概に良透水性とは言えない。

この適用結果は、地質を指標として有効降雨パラメータを総合化することが必ずしも容易ではないことを示している。さらに多くのデータを収集し、地質ごとに総雨量－総直接流出量関係を整理することで、有効降雨パラメータの総合化を進展させる必要があるが、観測流量データが存在する流域については、そのデータに基づいて有効降雨モデルのパラメータを決定することが強く推奨される。

さらに、図－1から明らかのように、同じ総雨量であっても、総直接流出量は出水ごとにかなりばらつく。このばらつきには、降雨波形も影響を及ぼすが、出水直前の乾湿状態によるところが大きい。このため、少なくとも事後解析においては、飽和雨量などを調節することで、有効降雨モデルで計算される総有効降雨量を総直接流出量の観測値に合致させることが肝要である。総有効降雨量を総直接流出量の観測値に合致させれば、有効降雨の推定誤差が流出モデル（貯留関数法であれば K , P , T ）のパラメ

一タ決定に及ぼす影響を最小限にとどめることができる。

表-1 流域の所在と流域面積

水系名	河川名	流量観測所名	都道府県	流域面積 (km ²)
多摩川	浅川	浅川橋	東京都	90
鈴鹿川	鈴鹿川	亀山	三重県	92
旭川	砂川	瀬戸	岡山県	97
芦田川	芦田川	矢多田川	広島県	59
日野川	印賀川	大宮	鳥取県	43
土器川	土器川	常包橋	香川県	90
重信川	重信川	山之内	愛媛県	55
遠賀川	遠賀川	大隅	福岡県	42

表-2 流域の地質と有効降雨モデルのパラメータ

河川名	主な地質	f_i	R_{sa} (mm)	f_s
浅川	堆積岩類 (中生代)	0.60	—	—
鈴鹿川	花崗岩類	0.61	150.0	1.0
砂川	花崗岩類	0.47	200.0	1.0
芦田川	花崗岩類	0.65	—	—
印賀川	花崗岩類	0.64	170.0	1.0
土器川	堆積岩類 (和泉層群)	0.72	200.0	1.0
重信川	堆積岩類 (和泉層群)	0.71	200.0	1.0
遠賀川	花崗岩類	0.28	270.0	0.65

注1) 主な地層は、対象流域内で最も面積占有率が高い地質区分を示す。

注2) 有効降雨モデルのパラメータは、平均的な乾湿状態に対応するものである。

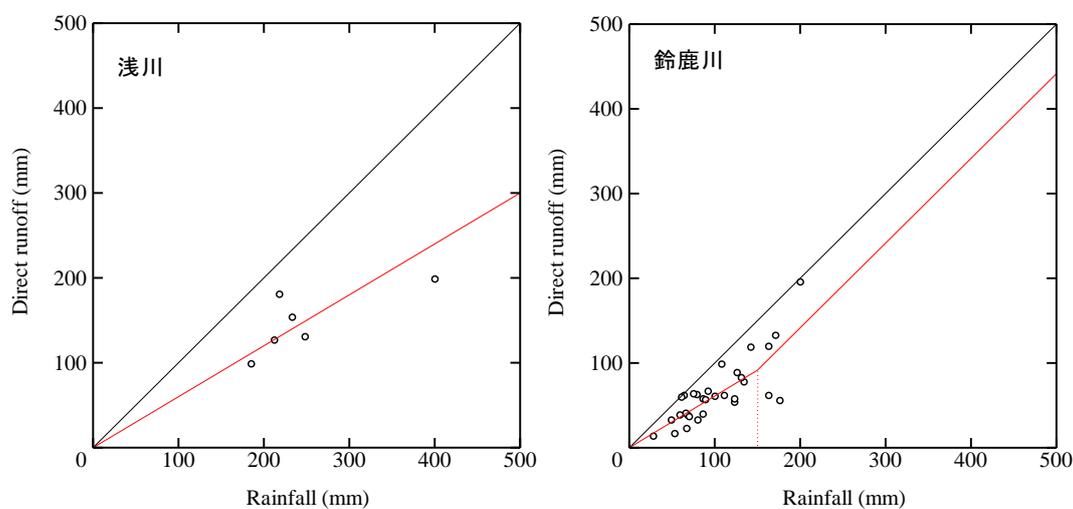


図-1 総雨量—総直接流出量関係

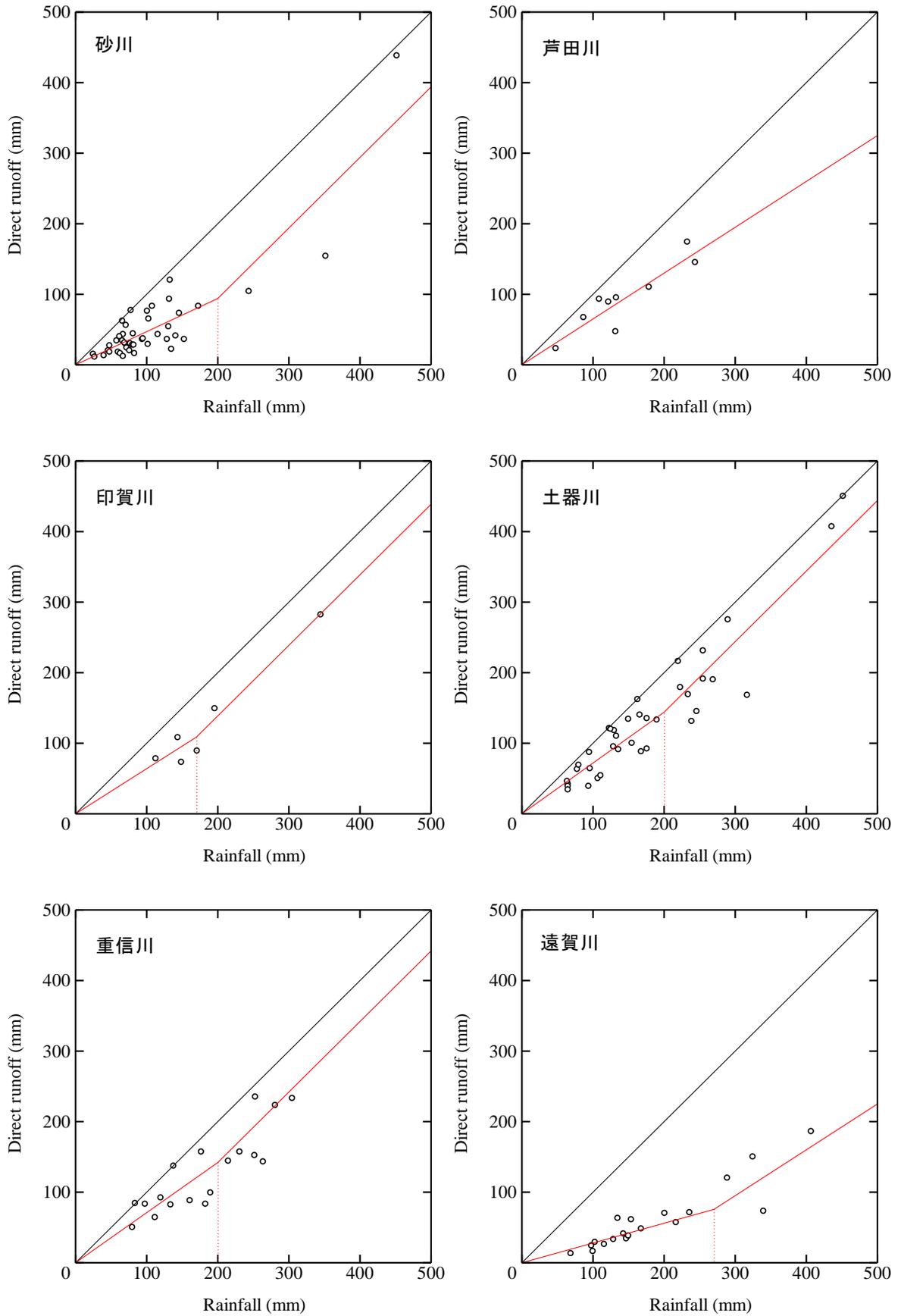


図-1 総雨量-総直接流出量関係 (続き)